This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

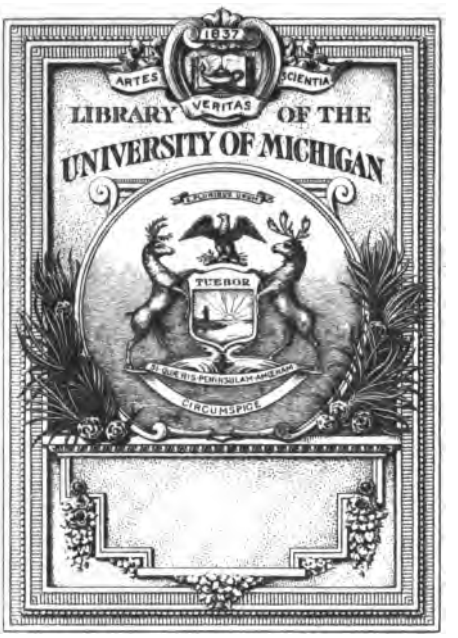
+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

TC
145
.T93

Sc. 329
Catal Turazza

TRATTATO

DI IDROMETRIA

AD USO

DEGLI INGEGNERI

DEL DOTT.

DOMENICO TURAZZA, 1813 - 1892

PROFESSORE DI GEODESIA E IDROMETRIA PRESSO L'I. R. UNIVERSITÀ DI PADOVA, MEMBRO EFFETTIVO DELL'I. R. ISTITUTO VENETO, DELL'I. R. ACCADEMIA DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI DI PADOVA ec.

PADOVA

COI TIPI DEL SEMINARIO

1845

TC
145
.T93

PREFAZIONE

Library
Perella
8-22-24
9799

12-4-35 APR

Il desiderio di porre nelle mani de' miei giovani allievi un libro, il quale, oltre al servir loro di guida nell'ordinario corso di mie lezioni, potesse eziandio tornare ad essi di giovamento nel pratico esercizio di questa difficile parte della lor professione, mi fu di incitamento, mi diede lena e coraggio nello stendere l'opera, che ora sottopongo all'esame del pubblico. Nulla dirò del come io possa esser riuscito, chè ben m'avveggo per questa parte aver bisogno di somma indulgenza; dirò solo alcun che intorno al metodo, che mi parve il più opportuno allo scopo, principalmente in pensando che questo libro possa servire alla pratica, cui unicamente io lo destino.

Chiunque abbia posto la mente nello studio dell'idraulica, si sarà di leggeri accorto che quella parte della medesima, che più propriamente appartiene alla pratica, quasi nessun appoggio riceve dalle generali teorie, incerte nei lor fondamenti, pressochè intrattabili al calcolo; ma basarsi invece sopra l'esperienza, ed essere ridotta a semplice scienza esperimentale. Come tale io la ritenni appunto quando venni chiamato ad esporne i precetti in questa Università, ed il libro da me com-

pilato è unicamente un trattato di idrometria sperimentale, avendo riservato al calcolo l'unico ufficio di scrivere compendiosamente le regole che l'esperienza ha dimostrate, e dedurre quelle altre, che dalle medesime naturalmente discendono. Per me tutte le ricerche teoriche istituite fin qui, e alle quali io medesimo presi parte, non sono che semplici ipotesi, troppo lontane dal vero, perchè la pratica possa trarne, almeno per ora, alcun giovamento. In una parola, io ho voluto stendere un'opera pegli ingegneri, non un'opera di matematica, una idrometria sperimentale applicabile, non un'idrometria razionale, forse inapplicabile.

Nulla dirò dell'ordine, che si presentava spontaneo da se, e che d'altronde è abbastanza indicato dall'indice delle materie posto alla fine del volume, e al quale ho data appunto la massima estensione, perchè servisse a trovar facilmente le varie questioni, che si possono presentar nella pratica. Nel corso dell'opera si troveranno spiegati i motivi della distribuzione data alle varie materie.

Ho sempre cercato di esporre nudamente le ipotesi, su cui si fondano alcune teorie: ho sempre accuratamente distinto quello che si sa bene, da quello che non si sa che imperfettamente, e procurato di indicare il grado di fiducia, che le date regole meritavano. L'ingegnere ha bisogno di conoscere quanta confidenza ei possa por nelle regole, che lo guidano alla risoluzion del problema; i limiti dentro i quali possono esser compresi gli errori; la massima differenza, ch'ei può temere fra i risultamenti calcolati e quelli, che gli saranno somministrati dal fatto. Egli è solo con tale criterio, ch'ei può farne l'applicazione alla pratica con lusinga di felice successo.

Allo scopo appunto di aumentare una tal confidenza ho nuovamente discusse molte esperienze, specialmente pei tubi e per gli alvei, e spero poter presentare un accordo col fatto, maggiore di quello ottenuto fin qui.

Ho consacrato un intiero libro all'importantissimo problema della dispensa delle acque, facendo precedere alcuni cenni teorici all'esposizione delle pratiche usate fra noi, e cercando di mettere in piena luce i loro particolari vantaggi o difetti. Ho aggiunto alcune poche nozioni sull'uso di quest'acqua, sul suo valore, specialmente per l'ubertosa Lombardia, ove il problema ha ricevuto il massimo sviluppo.

Ho adoperato alcune parole differenti dalle comunemente adottate; tali sono ad es. *carico* d'acqua, invece di *altezza premente*; *a monte*, *a valle*, in luogo di *sopra corrente*, *sotto corrente*, e alcune poche altre. Mi parvero più opportune: d'altronde sarà facile il mutarle a chi voglia; io non vi annetto alcuna importanza.

Adottai esclusivamente il sistema metrico, e perchè universalmente noto, e pei grandi avvantaggi, ch'esso presenta nei calcoli.

Ho cercato infine di spiegare con opportuni esempi numerici le regole date, quando la condotta del calcolo potea presentare una qualche complicazione. Gli esempi furono spesso tolti da casi effettivamente osservati, e son posti sempre a riscontro i risultamenti del calcolo con quelli somministrati dall'esperienza.

Preceduto da altri, e valentissimi, così nazionali, come stranieri, io ho dovuto naturalmente giovarmi delle opere loro, e prenderne quel tutto, che al mio scopo ho creduto opportuno.

Ciò valga perchè ognuno riconosca il suo: per me sarei ben contento se questo mio tenue lavoro potesse essere riconosciuto di una qualche utilità dai nostri ingegneri, a cui particolarmente lo raccomando, dai nostri giovani alunni, a cui lo consacro.

INTRODUZIONE

1) I corpi tutti della natura ci si presentano sotto tre stati distinti: solido, liquido, aeriforme. Nel primo stato una forza interna tiene unite le loro minime particelle per modo, che non si possono staccare le une dalle altre, senza esercitare uno sforzo più o meno considerevole: questa forza, che dicesi coesione, è nulla nel secondo, e le minime particelle del corpo allo stato di liquidità perfetta, sono talmente slegate e indipendenti le une dalle altre, che cedono al più piccolo sforzo, che tenda a metterle in movimento. Nel terzo stato una ripulsione reciproca delle molecole fa sì, che esse tendano ad allontanarsi continuamente le une dalle altre, e quindi che il corpo, se non impedito, aumenti continuamente di volume, o prema sopra l'ostacolo esterno, che a questo aumento si opponga.

Si dicono pure i liquidi *fluidi incompressibili*, designando col nome di *fluidi compressibili* gli aeriformi; attesochè i primi non diminuiscono sensibilmente di volume sotto alle ordinarie pressioni. Siccome però anche i liquidi si comprimono sotto forti pressioni, così noi definiremo esser liquido quel corpo, le cui minime particelle sono intieramente slegate fra loro, e che non cangia sensibilmente di volume sotto alle ordinarie pressioni.

2) I liquidi, che la natura ci presenta, si avvicinano più o meno allo stato di liquidità perfetta sopra definito; l'aderenza, che esiste fra le molecole di parecchie di queste sostanze, e che produce la loro viscosità, si oppone alla separazione delle loro parti; ma se si eccettuano alcuni liquidi, ne' quali la viscosità è considerabile, negli altri, e specialmente nell'acqua, essa è

così piccola, da non influire sensibilmente sui risultamenti ottenuti nella supposizione della perfetta liquidità.

3) Allorchè una forza agisce sopra di un corpo per metterlo in movimento, e che degli ostacoli qualunque a questo movimento si oppongono, la forza allora si converte in pressione, e si chiama *pressione totale* la totalità dello sforzo esercitato dalla forza.

Si dice *pressione unitaria* o *specifica*, od anche semplicemente *pressione*, la quantità di sforzo esercitata sull'unità di superficie.

La pressione si valuta in peso, in *kilogrammi*.

Se diciamo S l'area premuta, P la pressione assoluta, p la unitaria o specifica, sarà

$$P = p.\ S; \quad p = \frac{P}{S}$$

Altezza di pressione od *altezza premente* chiamasi l'altezza verticale di un prisma di un dato liquido, capace di produr col suo peso sopra un'area piana orizzontale la pressione assoluta da essa sofferta. Nel linguaggio ordinario a questa altezza di pressione si dà anche alcune volte il solo nome di pressione, e si dice per es. la pressione di 76 centimetri di mercurio ec.; ma conviene attentamente distinguere quest'ultima denominazione da ciò, che col medesimo nome abbiamo precedentemente indicato. Sarebbe più opportuno l'uso della parola *carico*, e così si direbbe per es. il *carico di 76 centimetri di mercurio* ec.

Sia S l'area premuta, h il carico, q il peso specifico del liquido: sarà

$$P = q.\ h.\ S; \quad p = q.\ h$$

Si dice finalmente *pressione atmosferica*, od anche solo *atmosfera* quella pressione, che corrisponde al carico di $0^m,76$ di mercurio.

Se A sia la pressione espressa in atmosfere, un metro cubo di mercurio a 0° pesando kil. 13598, sarà

$$p = 10334.\ A^k$$

$$P = 10334.\ A.\ S^k.$$

Per ogni centimetro quadrato sarà $1,0334.\ A^k$.

Per l'area circolare del diametro di un centimetro, che si dice centimetro circolare, sarà 0,8116. A^k.

4) Ritornando ora ai liquidi, la proprietà caratteristica, che congiuntamente ai fluidi aeriformi li distingue essenzialmente dai solidi, si è quella di trasmettere egualmente in ogni senso una pressione qualunque, che venga esercitata alla lor superficie.

Per formarsi una chiara idea di questa proprietà immaginiamo un vaso qualunque $ABCD$ (fig. 1) ripieno di liquido, e che questo vaso sia intieramente chiuso, e munito di emboli mn, $m'n'$ ec. comunque disposti; immaginiamo di più che siansi equilibrati questi emboli mediante pesi convenientemente distribuiti, e diciamo a, a', a'' ec. le aree delle loro faccie piane in contatto col liquido. Supponiamo ora che sopra uno di detti emboli, per es. sopra mn, e perpendicolarmente alla sua faccia a, venga esercitata una pressione qualunque P: tutti i punti del liquido in contatto con a soffriranno una certa pressione eguale per tutti, e il cui valore unitario sarà $\frac{a}{P}$; ora, in virtù della proprietà, di cui ora è parola, questa pressione per l'intermezzo del liquido si trasporta, conservando lo stesso valore, la stessa intensità, su tutti i punti, in tutte le direzioni; cosicchè ciascun punto delle faccie a', a'' ec. degli emboli $m'n'$, $m''n''$ viene a soffrire un'aggiunta di pressione eguale a quella che soffrirebbe, se la pressione unitaria esercitata su mn fosse immediatamente applicata allo stesso; e per mantener l'equilibrio sarebbe mestieri applicare ai detti emboli delle nuove forze, eguali in intensità rispettivamente a

$$\frac{P.a'}{a};\ \frac{P.a''}{a};\ \frac{P.a'''}{a},$$

perpendicolari alla loro superficie in contatto del liquido, passanti pel centro di gravità della stessa, e dirette dall'infuori all'indentro.

Questa pressione trasmessa si esercita egualmente nell'interno del liquido; e se si considera un poliedro solido immerso nel medesimo, ciascuna sua faccia sopporterà, in virtù della pressione P esercitata sull'embolo mn, una pressione unitaria

$\frac{P}{a}$ diretta perpendicolarmente alla faccia medesima, pressione che si aggiungerà a quelle tutte, che per altre cagioni avesse per avventura a sopportare.

Se il liquido ha un certo grado di viscosità, l'esposto principio sussiste egualmente: soltanto la pressione non si trasmette in ogni senso colla medesima rapidità; ma scorso un certo tempo essa è eguale in tutti i punti della massa, in tutti i punti delle pareti.

5) Alle pressioni occasionate da quella, che può essere esercitata in un punto qualunque della massa fluida, vanno aggiunte quell'altre prodotte dal peso, o dalle altre forze motrici del liquido, e che sono variabili da punto a punto; laddove le prime son dovunque le stesse. Egli è importante distinguere attentamente queste due sorta di pressione, le quali si sommano in ogni punto, per formare la pressione totale.

6) Prima di determinare quella parte della pressione, che è dovuta al peso del liquido, fa d'uopo che consideriamo il modo di comportarsi della superficie libera del liquido, rapporto alle forze sollecitanti, perchè l'equilibrio sussista.

Se consideriamo perciò che ciascuno de' punti della superficie libera sia assoggettato all'azione di una forza determinata, è evidente che, per l'equilibrio, la superficie libera dovrà essere dovunque perpendicolare all'azione di detta forza; imperocchè, se ciò non fosse, si potrebbe decomporre quest'ultima forza in due, l'una perpendicolare, parallela l'altra alla superficie; e, laddove la prima sarebbe elisa dalla resistenza delle molecole sottoposte, nulla impedirebbe alla seconda di ottenere il suo effetto e di far muovere la molecola, e ciò tanto più facilmente in quanto che le altre molecole sarebbero trascinate da analoghe componenti.

7) Se la forza sollecitante è la gravità, la superficie libera dei liquidi sarà dovunque perpendicolare alla verticale; cioè sarà prossimamente sferica, se la consideriamo in grande estensione; sarà un piano, per quel tratto, pel quale possiamo senza tema d'errore considerar parallele le direzioni della gravità.

Rade volte accadrà di dover prender di mira estensioni

così grandi, da non poter ammettere quest'ultima supposizione, e quindi diremo *piana* la superficie libera, designandola particolarmente col nome di *piano di livello* del liquido.

8) Ciò premesso, consideriamo un vaso qualunque $ABCD$ (fig. 2) ripieno di liquido fino in AB, e immaginiamo separata col pensiero una colonna verticale di liquido $a\,m\,n\,b$, la cui base $m\,n$ sia orizzontale. Se dividiamo la detta colonna in strati pure orizzontali $m'\,n'$, $m''\,n''$ ec. è evidente che la base $m\,n$ sopporterà una pressione, che sarà eguale a quella sopportata dalla $m'\,n'$ e trasmessa dal liquido su $m\,n$, più il peso dello strato $m\,n\,m'\,n'$; che quella sopportata dalla $m'\,n'$ eguaglierà quella che si esercita su $m''\,n''$, più il peso dello strato $m''\,m'\,n'\,n''$ ec.; per cui, progredendo di tal maniera fino in AB, si scorgerà facilmente che la pressione sopportata dalla $m\,n$ sarà eguale alla pressione esercitata su $a\,b$ più al peso di tutta la colonna $a\,m\,n\,b$.

Ne discende che, se la superficie è dappertutto uniformemente premuta, in ogni sezione orizzontale la pressione sarà costante in ogni punto, e che quindi la forma del vaso non altera in nulla la conclusione superiore. Questa conduce al teorema, che la pressione sopportata da una superficie piana orizzontale immersa in un liquido e dovuta al peso del liquido sovrastante, eguaglia il peso di un prisma del medesimo liquido, il quale abbia per base la superficie premuta, e per altezza la sua distanza dal piano di livello.

9) Se la superficie premuta non è orizzontale, allora si supporrà essa spartita in tante piccole porzioni

$$\alpha;\quad \alpha_1;\quad \alpha_2;\quad \alpha_3 \ldots \alpha_n,$$

ciascuna delle quali si possa ritenere aver tutti i suoi punti equidistanti dal piano di livello. Dette

$$h;\quad h_1;\quad h_2;\quad h_3 \ldots h_n$$

queste distanze, e q il peso specifico del liquido, le pressioni sopportate da ciascuna porzione saranno rispettivamente

$$q\,\alpha\,h;\quad q.\alpha_1 h_1;\quad q.\alpha_2 h_2 \ldots q.\alpha_n.h;$$

e siccome queste pressioni sono tutte perpendicolari alla superficie piana, e quindi parallele fra loro, così la loro risultante, ossia la pressione totale P, sarà eguale alla loro somma.

Avremo quindi

$$P = q\{\alpha . h + \alpha_1 . h_1 + \alpha_2 . h_2 + \ldots + \alpha_n . h_n\}.$$

Ora, se diciamo D la distanza del centro di gravità della superficie dal piano di livello, S la superficie totale, pel noto principio, che il momento della risultante di più forze parallele, rispetto ad un piano qualunque, eguaglia la somma dei momenti delle componenti, rispetto al piano medesimo, sarà

$$\alpha . h + \alpha_1 h_1 + \alpha_2 . h_2 + \ldots + \alpha_n . h_n = S . D,$$

e quindi

$$P = q . S . D;$$

da ciò il teorema: la pressione sopportata da una superficie piana qualunque immersa in un liquido, eguaglia il peso di un prisma del liquido stesso, che abbia per base la superficie premuta e per altezza la distanza del centro di gravità della superficie dal piano di livello.

Questa pressione si esercita poi perpendicolarmente alla superficie.

10) Se la superficie premuta non è piana, dovendo essere la pressione esercitata su ciascun elemento perpendicolare alla superficie al punto corrispondente all'elemento medesimo, le pressioni parziali non saranno più parallele fra loro, e la ricerca delle pressioni sofferte dalla superficie si rende molto più complicata. Ecco il modo di procedere alla risoluzione di questo problema.

Si consideri una porzione piccolissima della superficie premuta, tale che si confonda col piano tangente in quel punto; la pressione sopportata da questa minima porzioncella della superficie si otterrà moltiplicando l'elemento della superficie per la sua distanza dal piano di livello e pel peso specifico del liquido; la direzione poi di questa forza sarà quella della normale alla superficie in quel punto. Avendo la grandezza e la direzione della forza, potremo decomporla in tre, dirette secondo tre assi rispettivamente perpendicolari. Questa stessa operazione ripetuta per tutti i punti della superficie ci darà tre gruppi di forze dirette secondo i tre assi accennati; sommando quelle dirette secondo il medesimo asse, ci ridurremo in fine a tre uniche forze date di posizione e grandezza, le

quali esprimeranno le tre pressioni sopportate dalla superficie parallelamente ai tre assi. Se le tre forze si potranno ridurre ad una sola, allora avremo in quest'ultima la pressione totale esercitata dal liquido. Questo però non succede generalmente, e quindi la riduzione ad un'unica pressione non può farsi che in alcuni casi speciali.

Una più ampia discussione di questa ricerca si troverà nei trattati speciali d'idrostatica.

11) Determinata l'intensità e la direzione della pressione, è necessario assegnare il punto d'applicazione della medesima.

Quando la pressione sia riducibile ad un'unica forza, dicesi *centro di pressione* quel punto, in cui la superficie premuta è incontrata dalla forza medesima. Quando la superficie è piana, esisterà dunque sempre il centro di pressione.

12) Veniamo ora a determinare il centro di pressione in una superficie piana, le cui ordinate orizzontali sieno tutte divisibili per metà da una medesima retta.

In questo caso è intanto evidente che il centro cercato si troverà sulla retta, che divide per metà tutte le ordinate orizzontali, per cui basterà alla sua completa determinazione assegnare la sua distanza dalla superficie di livello del liquido.

A quest'uopo sia ABC (fig. 3) la superficie premuta, XYZ il piano di livello. Per un punto qualunque m supponiamo condotta l'orizzontale mn, e sulla medesima costruito il rettangolo $mnpq$, il cui lato mp sia pure orizzontale ed eguale alla distanza del punto m dal piano di livello moltiplicata pel peso specifico del liquido. Evidentemente l'area del detto rettangolo esprimerà la pressione sopra mn; e se supponiamo che variando il lato mp proporzionatamente alla sua distanza dal piano di livello, e conservando l'altro lato mn eguale alla corrispondente ordinata orizzontale della superficie, esso si trasporti parallelamente a se stesso su tutta la superficie medesima, il solido così generato esprimerà la pressione totale da essa sopportata; questo solido sarà manifestamente terminato da due superficie piane, la premuta e l'opposta, attesochè le AB; mp; BE ec. crescono proporzionatamente alle loro distanze $A'A$; $m'm$; BB' dal piano di livello.

Se moltiplichiamo ciascuna delle sezioni orizzontali di detto solido per la sua distanza dal piano di livello, avremo in questi prodotti i momenti delle pressioni parziali, e nella loro somma la somma dei momenti delle medesime, la quale dovendo eguagliare il momento della pressione totale, sarà eguale al volume del solido moltiplicato per la distanza del centro di pressione dal piano di livello. D'altra parte la somma dei prodotti di ciascuna sezione per la rispettiva distanza dal piano di livello eguaglia il prodotto del volume totale per la distanza del suo centro di gravità da detto piano; dunque quest'ultima distanza eguaglierà quella del centro di pressione, e tutto sarà ricondotto a determinare la distanza dal piano di livello del centro di gravità del solido così costruito.

13) Facciamone l'applicazione al trapezio colle basi orizzontali (fig. 4).

Sia $ABGE$ il trapezio; sieno m ed $m+h$ le distanze dal piano di livello delle due basi AB; EG; a, b le lunghezze delle due basi medesime; AH il solido costruito coi precetti del num. precedente, per cui sarà

$$AC = q.m; \quad EF = q(m+h).$$

Per CD si conduca un piano $CDKL$ parallelo alla superficie premuta $ABGE$, e per BD un secondo piano $BDMP$ parallelo al piano $EACF$; con ciò verremo a dividere il solido totale in quattro parti: 1.° il parallelepipedo AN; 2.° il prisma CP; 3.° il prisma BN; 4.° la piramide DNH. A determinare la distanza del centro di gravità del solido totale dal piano di livello faremo uso del noto teorema, che il momento della risultante di più forze parallele, rispetto ad un piano, eguaglia la somma dei momenti delle componenti, rispetto al piano medesimo. Avremo

Solido	Volume	Distanza del suo centro di gravità dal piano $ABCD$
1.°	$q.\,a\,m\,h$	$\frac{1}{2}h$
2.°	$\frac{1}{2}q\,a\,h.\,h$	$\frac{2}{3}h$
3.°	$\frac{1}{2}q\,(b-a)\,m.\,h$	$\frac{2}{3}h$
4.°	$\frac{1}{3}q\,(b-a)\,h.\,h$	$\frac{3}{4}h$

totale $\frac{1}{6}q\,h\,\{3\,m\,(a+b)+h\,(a+2\,b)\}\;X.$

Il momento della risultante sarà dunque

$$\frac{1}{6}q\,h\,\{3\,m\,(a+b)+h\,(a+2\,b)\}.\,X;$$

e la somma dei momenti delle componenti

$$\frac{1}{12}q\,h^2.\{2\,m\,(a+2\,b)+h\,(a+3\,b)\},$$

e quindi

$$X=\frac{h}{2}\,\frac{2m(a+2b)+h(a+3b)}{3m(a+b)+h(a+2b)};$$

e se diciamo D la distanza cercata dal piano di livello, sarà

$$D=m+X,$$

e quindi

$$D=m+\frac{h}{2}\,\frac{2m(a+2b)+h(a+3b)}{3m(a+b)+h(a+2b)}.$$

Se m è zero, cioè il lato superiore a livello sarà

$$D=\frac{h}{2}\,\frac{a+3b}{a+2b}.$$

14) Corollari.

Pel parallelogrammo sarà $a=b$, e quindi

$$D=m+\frac{h}{3}\,\frac{3m+2h}{2m+h}.$$

Se $m=o$ sarà

$$D=\frac{2}{3}h.$$

Pel triangolo col vertice superiore e la base orizzontale sarà $a = o$, e quindi

$$D = m + \frac{h}{2} \frac{4m+3h}{3m+2h},$$

se $m = o$

$$D = \frac{3}{4} h.$$

Pel triangolo col vertice inferiore e la base orizzontale sarà $b = o$, e quindi

$$D = m + \frac{h}{2} \frac{2m+h}{3m+h};$$

se $m = o$ sarà

$$D = \frac{1}{2} h.$$

Onde assegnare la posizione del centro di pressione in un triangolo, di cui nessuno dei lati sia orizzontale, pel vertice mediamente depresso si condurrà una retta orizzontale, la quale dividerà il triangolo totale in due, che, avendo uno dei lati orizzontale, cadono nei casi precedenti; si avrà poi il centro cercato col noto teorema dei momenti. Analogamente si procederà pei poligoni.

La ricerca di questo punto nei casi più complicati si farà coi precetti, che vengono dati negli ordinari corsi di idrostatica, bastando pel nostro scopo di averne assegnata la posizione nelle figure più semplici.

15) Dopo queste generali nozioni sulle pressioni, è necessario che noi fissiamo il valore di due quantità, che si trovano in tutti i calcoli, che avremo in seguito ad istituire; queste sono il peso dell'acqua e l'intensità della gravità.

16) Allorchè l'acqua è intieramente pura e sia presa al suo massimo di densità, cioè a 4 gradi centigradi, essa pesa mille kilogrammi per ogni metro cubo, e questo è il suo peso specifico; ma tre cause possono farlo variare: 1.° la temperatura: 2.° le pressioni cui trovasi sottoposta: 3.° le materie che tiene in sospeso.

1.° *La temperatura.* È noto che il calorico dilata tutti i corpi e diminuisce con ciò la loro densità o peso specifico.

Allorchè la temperatura dell'acqua è maggiore di quattro gradi centigradi, il suo peso specifico è pure minore; esso non è che $999^k,72$ a $10^o.c$ e $956^k,70$ a $100^o.c$; se la temperatura è minore di $4^o.c$ diminuisce novellamente il peso specifico dell'acqua, dapprima lentamente, e poi rapidamente, cosicchè a 0° pesa soltanto 930^k.

2.° *Le pressioni cui trovasi sottoposta.* Questa causa di variazione di peso ha minima influenza, non comprimendosi l'acqua che di 46 milionesimi del suo volume sotto la pressione di un'atmosfera.

3.° *Le materie che tiene sospese.* Anche quest'ultima causa di variazione può essere generalmente ommessa nelle acque dolci ordinarie, non facendo variare il peso che di quantità trascurabile. Il peso dell'acqua di mare è circa $1026^k,3$.

Potremo dunque conchiudere, che nelle nostre temperature medie, e secondo le varie circostanze, il peso del metro cubo di acqua non varierà che da $998^k,4$ a 999^k; tuttavolta in seguito noi lo prenderemo sempre di 1000^k, rendendosi con questo valore estremamente facile la conversione dei metri cubi di acqua in kilogrammi e viceversa.

17) È noto dirsi intensità della gravità, ed esprimersi colla lettera g, il doppio dello spazio descritto da un corpo liberamente cadente nel primo minuto secondo; è noto pur anco che la gravità decresce dai poli all'equatore, ed elevandosi al di sopra del livello del mare. Mediante ricerche, che qui non potrebbero trovar luogo, si è ottenuto

$$g = 9,80557\{1 - 0,002588.\cos.2\,l\}\left\{1 + \frac{5\,e}{4\,r}\right\}$$

dove l esprime la latitudine del luogo, e la sua elevazione al di sopra del livello del mare, ed r il raggio dello sferoide terrestre corrispondente al luogo dell'osservazione, cioè

$$r = 6366407\{1 + 0,00464.\cos.2\,l\}.$$

Per Padova, e prossimamente pel Regno Lombardo-Veneto, è

$$l = 45^o\,24'$$

e siccome e è piccolissimo, così si può trascurare $\frac{e}{r}$; con ciò sarà

$$g = 9,80592.$$

Quest'ultimo numero sarà da noi costantemente adottato quale valore della gravità.

18) Occorrerà spessissimo di trovare l'altezza corrispondente a data velocità, oppure la velocità corrispondente a data altezza; credo quindi opportuno richiamar qui tali trasformazioni.

È noto dalla teoria del moto uniformemente accelerato, che, detta g la gravità, h l'altezza verticale percorsa da un grave liberamente cadente e partendo dalla quiete nel tempo t, v la velocità acquistata alla fine di detto tempo, ossia dopo percorsa l'altezza h, si ha

$$h = \frac{1}{2} g . t^2,$$

$$v = g . t,$$

dalle quali

$$h = \frac{v^2}{2g},$$

$$v = \sqrt{2 g . h},$$

le quali risolvono il problema proposto.

19) Ciò tutto premesso, entreremo nello studio della idrometria, cioè di quella scienza che ha per iscopo la misura delle acque correnti. Soggiungerò qui solo i valori numerici di alcune quantità, che verranno frequentemente adoperate nel seguito.

Quantità	Numeri	Logaritmi
Rapporto della circonferenza al diametro $= \pi$	3,1415927	0,4971499
$\frac{1}{4}\pi$	0,7853982	9,8950899
Numero dei gradi contenuti nel raggio R°	57",2957795	1,7581226
» minuti . . . . . R'	3437',7467708	3,5362739
» secondi. . . . . R''	206264",8062471	5,3144251
Doppio dello spazio percorso dai gravi in 1" pel Regno Lombardo-Veneto $\}$ g	9,80592	0,9914886
$\sqrt{2g}$	4,4285275	0,6462593
$\frac{2}{3}\sqrt{2g}$	2,9523507	0,4701680

LIBRO PRIMO

FORONOMIA

Nozioni generali

20) Allorchè nel fondo o nei lati di un recipiente qualunque riempiuto di liquido aprasi un foro, il liquido fluisce da questo presentando particolari fenomeni dipendenti dalle circostanze in cui trovasi collocato il foro medesimo. La discussione di questi fenomeni, e la ricerca delle leggi alle quali trovansi sottoposti costituisce lo scopo della *foronomia*.

21) Pressochè nulla potè additare il calcolo rapporto a quei fenomeni e a quelle leggi, reso esso incertissimo dalla mancanza di dati sicuri, e quasi intrattabile per analitiche difficoltà; cosicchè siamo costretti ad affidarci intieramente alla sola esperienza, difficile anch'essa e minuta, ma che, adoperata da lungo tempo con ingegno e costanza, ha potuto somministrare non ispregievol corredo di importanti risultamenti, sui quali destramente poggiando potè di molto avvantaggiarsi la pratica.

22) Delle leggi che regolano l'efflusso dell'acqua da' pertugi de' vasi, quelle che precipuamente interessano la pratica hanno per iscopo la determinazione della quantità di liquido che sorte in un tempo assegnato, e della velocità con cui le fluide stille escono dai fori medesimi; e anzi possiam dire queste sole ricerche essere di immediato dominio della *idrometria*.

23) Chiameremo *portata unitaria*, *elementare*, od anche semplicemente *portata*, la quantità di liquido che fluisce da

un dato foro in un minuto secondo sessagesimale di tempo medio, che assumeremo sempre quale unità del tempo. La *portata totale*, ossia la quantità di liquido erogata in un tempo determinato, si avrà moltiplicando la portata elementare pel numero dei minuti secondi contenuti in quel tempo.

24) Il recipiente da cui sgorga il liquido può essere intrattenuto a livello costante, oppure può esso vuotarsi a mano a mano che il liquido fluisce. Di qui la prima divisione del libro in due sezioni.

SEZIONE PRIMA.

VASO MANTENUTO COSTANTEMENTE PIENO

Nozioni

25) È necessario prima di tutto vedere di qual maniera può essere intrattenuto invariabile il livello del liquido in un recipiente qualunque, e quindi le condizioni sotto alle quali possiam ritenere aver luogo una tale invariabilità.

26) Ciò può ottenersi

1.° Per essere il recipiente talmente esteso che la quantità di liquido fluente dal foro, anche per tempo abbastanza lungo, non possa arrecarvi variazione sensibile.

2.° Perchè con un mezzo qualunque riceva il bacino precisamente tanta acqua quanta ne sgorga dal foro. In questo caso però convien bene osservare che l'acqua affluente venga somministrata al bacino così distante dal foro, che abbia tempo e luogo da spargersi uniformemente, ed essere il più possibilmente tranquilla nel tratto in vicinanza al pertugio. L'afflusso dell'acqua che avesse a produrre movimenti sensibili nella massa, altererebbe le leggi dell'erogazione, nè si potrebbe considerare il recipiente come a livello invariabile.

3.° Mediante alcuni meccanismi inventati a quest'uopo, fra' quali mi accontenterò di annoverare il galleggiante di Prony, e il tubo di Mariotte.

Nella comune pratica però non si riscontrano che i due primi casi soltanto; i meccanismi non vengono generalmente adoperati che pelle esperienze.

27) Il foro può essere scolpito nel fondo o nei lati, e in quest'ultimo caso può essere tutto ricoperto dal liquido, op-

pure in parte soltanto, avendo il superiore suo bordo più elevato del livello del liquido, o essendo esso foro tutto aperto superiormente. Dicesi *orificio* il primo, *stramazzo* o *scaricatore a fior d'acqua* il secondo. In amendue i casi il foro può essere scolpito in parete sottile o no, dovendosi ritenere sottile la parete ogniqualvolta il suo spessore sia più piccolo della metà della minima dimensione del foro medesimo (veggasi il num. 87). Tutti questi accidenti saranno da noi distintamente trattati, abbisognando ciascuno di particolari considerazioni e ricerche.

CAPITOLO I.

Della velocità con cui sortono i liquidi dai piccolissimi fori scolpiti in lastra sottile

28) Il foro può essere scolpito o in parete orizzontale, oppure sopra uno de' lati.

Nel primo caso diremo *carico d'acqua*, od anche semplicemente *carico* la lunghezza della retta che misura la distanza dell'orificio dalla superficie di livello del liquido.

Nel secondo, se il foro è piccolissimo, come ora si ammette da noi, allora non essendo molto sensibile la differenza di depressione sotto al livello dei varii punti del foro, diremo *carico* la distanza del centro di esso foro dal piano di livello medesimo (vegg. num. 58).

29) Se l'orificio è molto piccolo in confronto della sezione del recipiente, cosicchè la superficie libera si conservi sensibilmente piana, allora la velocità posseduta dalle molecole liquide nel sortire dal foro è la stessa di quella che avrebbero acquistato in virtù della gravità, discendendo da un'altezza eguale al carico del liquido sopra il foro.

Detto quindi h il carico, v la velocità di ciascuna molecola, sarà

$$v = \sqrt{2g.h}$$

È questo il teorema noto sotto il nome di *teorema di Tori-*

celli, perchè stabilito la prima volta da questo celebre fisico italiano nel 1643.

Ecco le esperienze che ne dimostrano la verità.

30) Sia $ABCD$ (fig. 5) un vaso qualunque, e nelle pareti orizzontali dei varii scaglioni si aprano dei piccolissimi fori; essendo la parete sottile, si potrà facilmente constatare che il liquido fluente si eleva prossimamente sino al livello AB, a cui giungerebbe se si potessero togliere gli ostacoli della resistenza dell'aria, e delle goccie ricadenti sulla colonna liquida, resistenza resa evidente dall'osservare che inclinando un poco il getto esso si eleva ad altezza maggiore. Ora si sa che un corpo gettato dal basso in alto con una certa velocità sale a tanta altezza, quanta sarebbe mestieri che percorresse discendendo, per acquistare la velocità impressa. Da ciò la dimostrazione del teorema enunciato.

31) Nella parete verticale BD (fig. 6) aprasi in lastra sottile un piccolissimo foro O, vedremo il fluido zampillo OPQ conformarsi in una parabola, della quale misurando le corrispondenti assisse ed ordinate OM, MP; OD, DQ ec. troveremo costantemente verificarsi l'equazioni

$$\frac{MP^2}{OM} = \frac{DQ^2}{OD} = 4.BO.$$

Eccone la prova nella piccola tabelletta che segue.

Carico	Getto		Velocità		Rapporto
	Assissa	Ordinata	Reale	Teorica	
metr.	metr.	metr.	metr.	metr.	
2,29	6,28	7,53	6,65	6,70	0,993
3,93	4,66	8,45	8,67	8,78	0,988
7,19	1,41	6,25	11,67	11,88	0,983

La velocità reale è un po' minore attesa la resistenza dell'aria non trascurabile nelle velocità osservate perchè non piccole, ad ogni modo il rapporto fra le due velocità è vicinissimo ad uno, e tale sarebbe se l'influenza dell'aria fosse tolta.

L'esperienza procede meglio producendo un getto di mercurio.

Ora è noto dalla meccanica che un corpo slanciato obbliquamente da una forza istantanea qualunque, e sottoposto in pari tempo all'azione della gravità descrive una parabola il cui parametro è quattro volte l'altezza cui è dovuta la velocità di proiezione. Confrontando questo teorema coll'esperimento superiormente accennato, ne dedurremo la velocità di proiezione delle molecole sortenti dal foro O essere dovuta al carico BO, e quindi verificarsi pienamente anche in questo caso il teorema di Toricelli.

32) Lunga serie di altre esperienze, cominciate dal Mariotte un cento e cinquant'anni in addietro e continuate fino al giorno d'oggi, mette fuor d'ogni dubbio la verità del teorema. Queste esperienze furono, a vero dire, istituite all'uopo di determinar la portata, ma è evidente che, rimanendo le stesse le altre circostanze della grandezza e forma dell'orificio, la portata non varia più che al variare della velocità, cui si dee conservare esattamente proporzionale.

Credo inutile riportare tali esperienze, attesochè noi avremo occasione di esaminarle trattando delle portate.

33) A questi dati dell'esperienza potressimo aggiungere alcune ricerche analitiche conducenti al teorema di cui è questione; ma tali ricerche fondandosi sopra particolari ipotesi, più che dubbie, non credo che possano in alcun modo avvalorarlo, e mi accontenterò di rimandare il lettore, fra le altre, all'insigne opera del Venturoli che porta per titolo *Elementi di meccanica e idraulica*, volume II.

34) Il teorema di Toricelli è vero qualunque sia la specie di liquido contenuto nel vaso. Ciò è comprovato dall'esperienza, ma possiamo anche persuadercene col semplice ragionamento. Supponiamo che il liquido sia mercurio, il cui peso specifico è prossimamente 14 volte quello dell'acqua. Le molecole che si presentano al foro essendo 14 volte più dense oppongono al moto una resistenza 14 volte maggiore di quella dell'acqua, ma la massa premente essendo pure 14 volte più pesante, esercita uno sforzo motore 14 volte più grande, cosicchè la velocità impressa rimane la medesima.

35) Alcune volte alla pressione esercitata da un liquido in virtù del suo peso, s'aggiunge quella esercitata alla superficie libera, e che viene inalteratamente trasmessa dal liquido medesimo, ma sarà facile in ogni caso tener conto della sua influenza sulla velocità dell'efflusso.

Immaginiamo a quest'uopo che sulla superficie libera si eserciti una pressione assoluta P; supponiamo prolungate le pareti del vaso superiormente e postovi dentro nuovo liquido finchè giunga ad un'altezza tale che la pressione esercitata dal medesimo in virtù del suo peso su quella superficie eguagli appunto la pressione P; evidentemente il liquido sottoposto sarà nelle medesime circostanze di pressione, sia che alla superficie si eserciti direttamente la pressione P, sia che insista al di sopra della medesima una colonna di liquido tale che la pressione totale da essa esercitata su quella superficie eguagli la P. Allora, detta h_1 quest'ultima altezza di colonna liquida, il carico sarà $h+h_1$ e quindi la velocità v delle molecole fluenti sarà data dalla

$$v=\sqrt{2g(h+h_1)}.$$

Detta poi S la superficie libera, P la pressione totale, q il peso specifico del liquido, sarà

$$h_1=\frac{P}{q.S}.$$

Se la pressione P fosse data in atmosfere, si ridurrà facilmente in altezza d'acqua, osservando che ad ogni atmosfera corrisponde una colonna d'acqua alta metri 10,333.

CAPITOLO II.

Del gorgo e della vena contratta

36) Dopo assegnata la velocità con cui sgorga un liquido da un foro piccolissimo e scolpito in lastra sottile, è necessario ora che noi esaminiamo l'andamento delle sue varie molecole nell'uscire dal foro medesimo.

Comincieremo dal caso semplicissimo di foro circolare e scolpito nel fondo.

37) Mettendo nel vaso, supposto trasparente, dei briccioli di materie il cui peso specifico eguagli quello dell'acqua, o meglio producendovi dei leggeri precipitati chimici, come quello che ha luogo allorchè in un'acqua debolmente salata si versano alcune goccie di nitrato d'argento, si scorgono le dette materie, e quindi le molecole liquide che le accompagnano, discendere per un certo tratto verticalmente, fino cioè che sono giunte in prossimità dell'orificio; quando poi si trovano ad una distanza dal medesimo circa tripla del suo raggio, allora convergono tutte verso l'orificio medesimo descrivendo linee curve, sensibilmente convesse dalla parte dell'asse del vaso e accelerando il loro movimento come verso un centro di attrazione; cosicchè la corrente dell'acqua forma in vicinanza al pertugio una specie di conoide molto divergente, la cui altezza è circa di tre raggi del foro, la base superiore è la sezione del vaso, e l'inferiore l'area del foro medesimo. A questa conoide si dà il nome di *gorgo*. Rimane stagnante presso gli orli del vaso quel poco d'acqua che attornia codesto gorgo.

38) La curvatura assunta dalle traiettorie delle molecole liquide si continua al di là del foro per un certo tratto producendo un successivo restringimento nella sezione del getto, fino a che le molecole, in virtù della loro adesione e dei movimenti impressi, tornano a discendere per un piccolo tratto sensibilmente parallele, dopo di che in virtù principalmente dell'aria che si interpone nel getto, esse si sparpagliano e finiscono col cadere in goccie più o meno distinte.

Questo fenomeno si chiama *contrazione della vena fluida*, e *sezione contratta* si denomina la minima sezione della vena fluida medesima.

39) Si credette in principio che i fili acquei andassero realmente ad intrecciarsi, e quasi ad aggrupparsi fra loro, per cui si diede il nome di *nodo* al punto di loro unione, e quello di *funicella* alla vena contratta; ma il Poleni non molto dopo mostrò evidentemente che essi non fanno che avvicinarsi e stringersi insieme nel luogo della contrazione, continuando però a rimanere sempre dalla medesima parte dalla quale fluirono.

40) Noi abbiamo esposto il fenomeno della contrazione

della vena piuttosto all'ingrosso per darne prima una idea generale, ma è mestieri che lo consideriamo più minutamente, cercando di ricavare dall'esperienza la forma della vena e le sue dimensioni.

A quest'uopo convien premettere alcune distinzioni. Qualche volta il foro è talmente lontano dalle pareti laterali a quella ove esso trovasi scolpito, e dal fondo, se è praticato in uno de' lati, che le pareti medesime non hanno alcuna influenza sopra il fenomeno, il quale per ciò succede egualmente come se il liquido fosse esteso indefinitamente; allora si dice essere *completa la contrazione della vena*: alcune altre invece esso trovasi molto vicino a quelle pareti, e in qualche caso uno o più de' suoi lati non sono che prolungazione della relativa parete; allora la *contrazione della vena dicesi incompleta*. In amendue i casi può accader finalmente che il foro sia scolpito in parete piana o in parete curva, sul fondo o sui lati.

Comincieremo dalla forma e dal caso più semplice in cui la contrazione sia completa, il foro circolare è scolpito sul fondo del vaso.

41) In questo caso l'esperienza ha dimostrato essere la forma della vena fluida quella di una conoide di rivoluzione intorno alla verticale passante pel centro del foro; la curva generatrice è quella rappresentata nella fig. 7, dove AB è il diametro dell'orificio, e CD quello della sezione contratta. Poco si sa sulla particolare natura della curva AC, essendo tutte supposizioni gratuite quelle fatte da alcuni autori; il Michelotti ad es. voleva ch'essa fosse una porzione di cicloide. Al di là di CD la contrazione cessa, e la vena continua sensibilmente sotto forma cilindrica, finchè è poi deformata dalla resistenza dell'aria. In queste porzioni il getto si mostra continuo e limpido, poi si fa torbido, ed esaminato ad una forte luce presenta una serie di gonfiamenti e di strozzature, la quale apparenza sembra essere una semplice illusione d'ottica dovuta alla rapidità del movimento col quale si succedono le goccie in cui il getto è suddiviso, goccie la cui forma oscilla continuamente intorno a quella di una sfera, e che lasciano

fra loro uno spazio da otto a dieci volte più grande del loro medio diametro.

Secondo le osservazioni di Savard la lunghezza della parte limpida crescerebbe proporzionatamente al diametro dell'orificio ed alla radice del carico; anzi si avrebbe approssimativamente una tale lunghezza espressa da

$$380 . d . \sqrt{h}$$

essendo d il diametro dell'orificio, h il carico.

42) In quanto alle dimensioni delle varie parti della vena contratta si hanno molte esperienze. Secondo Newton, che primo riconobbe il fenomeno, il rapporto fra i diametri dell'orificio e quello della sezione contratta sarebbe di 1 a 0,841, rapporto un po' troppo forte, e che sembra dovuto più a considerazioni teoriche di quello sia ad una diretta esperienza. Detto 1 il diametro dell'orificio, Poleni trovò quello della sezione contratta 0,79, Borda 0,804, Michelotti 0,792, Bossut da 0,812 a 0,817, Eytelwein 0,80, Venturi 0,798, Brunacci 0,78. Quasi tutti questi numeri sembrano però un poco troppo grandi; d'altra parte noi vedremo ben presto come questo rapporto subisca delle leggere variazioni dipendenti dalle dimensioni dell'orificio e dalla grandezza dei carichi.

Secondo le esperienze di Michelotti figlio le tre dimensioni principali della vena contratta, cioè diametro dell'orificio, diametro della sezione contratta, distanza dall'orificio alla sezione contratta, sembrano stare fra loro come i numeri 100, 79, 39.

Eytelwein, aumentando principalmente quest'ultima dimensione, prende i numeri 10, 8, 5, i quali rapporti sono anche i comunemente adottati.

43) Il fenomeno si rende più complicato allorchè l'orificio è conformato in poligono, o in una curva qualunque differente dal cerchio. In questi casi la vena fluida non mantiene più la forma che aveva sortendo, ma la muta continuamente a mano a mano ch'essa s'allontana dal foro; le faccie corrispondenti ai lati rettilinei dell'orificio si incavano e divengono di più in più concave, e gli spigoli corrispondenti agli angoli si troncano e spariscono. Le fig. 8, 9, 10, 11, presentano quattro

sezioni praticate in una vena sortente da un orificio quadrato di 0,20 di lato alle distanze di 0,06; 0,20; 0,35; 0,50. Le figure, a vero dire, appartengono a vena sortente da foro verticale, ma servono ad ogni modo a dare un'idea del fenomeno. Da esse si scorge che, sebbene le molecole fluide sieno sempre rimaste sulla linea intersezione della vena con dei piani passanti pel suo asse e per quei punti per cui sortiron dal foro, l'ultima sezione è però una specie di quadrato in cui i vertici degli angoli corrispondono alla metà dei lati dell'orificio, e sembra che la vena abbia fatto un ottavo di rivoluzione intorno al suo asse.

Un fenomeno di questa natura si riproduce sopra tutte le vene che sortono da un orificio non circolare, e si chiama il *rovesciamento della vena fluida*. Esso si trova sempre accompagnato da particolari circostanze di nodi e di ventri; ma maggiori ricerche riescono fuori di luogo in questo trattato, e converrà rintracciarle negli autori che ne trattano alla distesa, fra' quali citeremo principalmente il Bidone (*).

44) Allorchè il foro sia scolpito invece in parete verticale, allora il fenomeno della contrazione della vena fluida ha luogo egualmente su tutto il contorno del foro, variando soltanto un poco la curvatura delle traiettorie delle molecole per la diversità delle pressioni, cui sono soggette nei varii punti del contorno del foro medesimo, i quali in tal caso si trovano differentemente depressi sotto il piano di livello. Nell'interno del vaso si presenta il gorgo ordinario, e tutti i filetti fluidi, tanto i superiori che gli inferiori, nonchè i laterali convergono verso il foro in linee convesse dalla parte dell'asse del medesimo con piccola variazione su quello che nasce allorchè il pertugio è intagliato nel fondo. Bensì la vena fluente s'inclina sempre più quanto più lungi dal foro si considera per naturale effetto della gravità, come si scorge nelle figure accennate al num. precedente.

I rapporti dati al num. 42 si ritengono sussistere anche pei casi ora considerati.

(*) Expériences sur la forme et la dilatation des veines et courans d'eau lancés par diverses ouvertures. Tourin 1829.

45) Se la parete nella quale è aperto il pertugio non è piana, allora la contrazione può essere notabilmente diversa da quella fino ad ora considerata.

Per formarsi una qualche idea dell'influenza che può avere una parete non piana, immaginiamo una sfera che avendo il centro nel centro dell'orificio abbia per raggio il raggio d'attività del foro, e consideriamone la porzione della stessa interna al vaso e limitata alle pareti del medesimo. Questa calotta sferica verrà attraversata in ciascun de' suoi punti, e in direzione pressochè perpendicolare, dai varii filetti fluidi che si gettano sul foro; più essa sarà estesa e più le direzioni di questi filetti saranno oblique fra loro od anche opposte, e per conseguenza più grande dovrà farsi la contrazione della vena fluente.

Se la parete è piana, la calotta sferica si ridurrà ad una mezza sfera, e saremo nel caso considerato ai numeri precedenti. Ma se essa è conformata in imbuto, ossia concava verso l'interno del vaso, allora la calotta sferica sarà più piccola e minore la contrazione, senza però che tali diminuzioni sieno in costante rapporto fra loro. Se invece la parete sarà convessa, allora la calotta sarà maggiore, e maggiore la contrazione; la quale sarebbe al suo massimo se essa si riducesse ad una intiera sfera. Borda è giunto quasi a realizzare quest'ultimo caso, introducendo in un vaso un tubo e producendo l'efflusso in maniera che l'acqua effluente non toccasse in alcun modo le pareti del medesimo; la contrazione ridusse in tal caso il diametro della vena fluida alla metà di quello del foro.

Le fig. 12 e 13 schiariranno meglio quanto ora si è detto.

Non si hanno misure precise intorno all'influenza delle pareti curve sulla contrazione, nè, ch'io mi sappia, esperienza alcuna in proposito. Il caso di doverne usar nella pratica è tanto infrequente, che si ritenne forse superflua una tale ricerca.

46) In ricambio ben di moltissima utilità sarebbero quelle esperienze, le quali conducessero a determinare l'influenza delle pareti laterali sulla contrazione, allorchè esse si trovano così vicine al foro da rendere assai probabilmente non trascu-

rabile la loro azione sulla via percorsa dalle molecole liquide, e quindi sulla maggiore o minor contrazione della vena fluente. Malauguratamente noi manchiamo al tutto di tali esperienze, e si si accontenta nella pratica ritenere nulla l'influenza delle pareti allorchè il foro si trovi discosto dalle medesime almeno tanto quanta è la lunghezza della media fra le sue dimensioni.

47) Bensì si hanno alcune preziose esperienze del Bidone per determinare l'influenza che ha sull'efflusso l'essere la contrazione intieramente soppressa sopra un qualche lato dell'orificio. Le esperienze di questo distintissimo fisico si riportarono a fori rettangolari ed a circolari; apparecchiò a quest'uopo delle laminette in modo da poterle adattare ad una porzione qualunque del perimetro del foro, e che si prolungavano al di dentro di una certa lunghezza, cosicchè veniva con ciò a sopprimere intieramente la contrazione su quella porzione del contorno del foro cui era applicata una delle laminette accennate. Le dimensioni e quindi l'area della sezione contratta vengono evidentemente aumentate, l'asse della vena non è più quello dell'orificio, e la vena stessa si trova in qualche maniera spinta verso quel lato sul quale è soppressa la contrazione, attesochè l'impulsione obliqua dei filetti che giungono sopra gli altri lati, non è più controbilanciata sopra il lato medesimo.

Trattando delle portate vedremo con maggiore dettaglio la influenza di una tal soppressione di parte della contrazione della vena fluida sulla quantità dell'efflusso, e quindi sull'area della sezione contratta.

CAPITOLO III.

Della portata e del carico medio

48) Se il foro è scolpito in parete orizzontale, allora tutte le molecole fluenti dal medesimo hanno eguale velocità, e se dicasi h il carico relativo, la velocità di ciascuna sarà espressa da

$$\sqrt{2.gh}.$$

Ammettendo che le molecole liquide sortissero dal foro in linee parallele fra loro e perpendicolari al foro medesimo, allora è evidente che in un minuto secondo sortirebbe un prisma di acqua avente per base la superficie del foro, e per altezza lo spazio percorso dalle molecole in un secondo, cioè la velocità delle molecole stesse. Detta S la sezione del foro, Q la portata elementare, sarebbe allora

$$(1)\ Q = S.\sqrt{2g.h}.$$

Alla portata calcolata in tal modo si dà il nome di *portata teorica.*

49) Ma noi abbiamo veduto non essere vero che le molecole liquide sortano in fili paralleli, ma che invece la vena fluida si va successivamente stringendo, e le traiettorie sensibilmente parallele non aver luogo che dopo la sezione contratta. Non è dunque sperabile che la portata ottenuta superiormente s'accordi coll'esperienza, e difatti si scorge mantenersi essa costantemente superiore alla vera. Si è cercato correggere un tale errore della teoria mediante un opportuno coefficiente numerico, cui si dà il nome di *coefficiente di riduzione*, e che noi indicheremo colla lettera m; per cui detta Q_1 la vera portata, sarà

$$(2)\ Q_1 = m\,S\sqrt{2g.h}.$$

A quest'ultima si dà il nome di *portata reale.*

50) Questa maniera di procedere nel calcolo della portata reale di un orificio qualunque suppone che essa si mantenga sempre proporzionale alla sezione dell'orificio ed alla radice del carico d'acqua sopra l'orificio medesimo. Ciò non è assolutamente vero, e il coefficiente m di riduzione non è costante, come meglio vedremo nel seguito; queste variazioni però sono generalmente assai piccole e possiamo adoperare nella pratica la formola (2) purchè s'adotti per m il coefficiente particolare che spetta alle circostanze in cui trovasi collocato l'orificio, coefficiente che si prenderà dalle tavole che fra non molto soggiungeremo.

51) Venendo ai fori scolpiti in parete verticale, ci limiteremo a discutere il caso in cui la forma del foro sia quella di un rettangolo avente un lato verticale, che è anche la forma che il più comunemente si presenta nella pratica.

Si ammette che le molecole liquide fluenti non si influenzino reciprocamente, e che quindi da ciascun punto fisico dell'orificio le molecole sortano con quella velocità che è dovuta al carico sopra il punto medesimo; si ammette di più che le molecole sortano in fili paralleli fra loro e perpendicolari al piano dell'orificio.

Queste supposizioni saranno lontane dal verificarsi intieramente nel caso reale, ma noi avremo cura di correggere poscia le formole alle quali esse conducono mediante il confronto di moltissime esperienze istituite a quest'uopo.

52) Sia $ABCD$ (fig. 14) un vaso ripieno di liquido fino in AB, e nella parete verticale BD immaginiamo praticati dei minutissimi forellini p, q, r, ec. sopra una stessa retta pur verticale, poi nel piano passante per BD e perpendicolare alla parete costruiamo la parabola BE che abbia il vertice in B, BD per asse, e $2g$ per parametro. Conducendo le ordinate pp'; qq'; rr' ec. esse rappresenteranno le velocità delle molecole liquide che sortono dai fori p, q, r, ec., attesochè questa velocità per es. in p, pel teorema di Toricelli, è $\sqrt{2g.Bp}$, e l'ordinata pp', per proprietà caratteristica della parabola, è pure espressa da $\sqrt{2g.Bp}$.

53) Immaginiamo ora che nella stessa sponda verticale BD sia aperto un foro rettangolare da p in r e di larghezza L; nelle supposizioni ammesse superiormente, e per quanto si è detto al numero precedente, si scorge immediatamente che in un minuto secondo escirà da detto foro un cilindro di acqua avente per base l'area mistilinea $pp'r'r$, e per altezza la larghezza L del foro. Da ciò la portata teorica

$$Q = L.pp'r'r.$$

Ma per una notissima proprietà della parabola si ha

$$pp'r'r = \frac{2}{3}\{Br.rr' - Bp.pp'\},$$

ossia

$$pp'r'r = \frac{2}{3}\{Br.\sqrt{2g.Br} - Bp.\sqrt{2g.Bp}\};$$

dunque, detta a l'altezza pr del foro, h il carico Bp sopra il labbro superiore, ossia il *battente*, sarà

$$(3)\ Q=\frac{2}{3}L.\sqrt{2g}.\left\{(h+a)^{\frac{3}{2}}-h^{\frac{3}{2}}\right\}.$$

54) Dicesi *carico medio* quello, che se fosse comune a tutte le molecole fluenti, si avrebbe dal foro la stessa portata che si ha essendo invece i suoi punti collocati a differenti altezze sotto il livello del liquido. Detto H il carico medio, pel caso del foro rettangolare, dovrà essere

$$L.a.\sqrt{2g.H}=\frac{2}{3}L.\sqrt{2g}.\left\{(h+a)^{\frac{3}{2}}-h^{\frac{3}{2}}\right\};$$

da cui

$$(4)\ H=\frac{4}{9.a^2}\left\{(h+a)^{\frac{3}{2}}-h^{\frac{3}{2}}\right\}^2.$$

55) Se il pertugio non sia un rettangolo, allora si procede alla determinazione del *carico medio* nel modo seguente.

Sia la bocca simmetrica intorno l'asse delle x verticale, e sieno y le ordinate orizzontali, h il battente, S la superficie. La portata dell'elemento $2\,y\,dx$ sarà

$$2y\,dx.\sqrt{2g(h+x)},$$

e quindi la portata totale

$$2\sqrt{2g}\int_0^a y\,dx.\sqrt{h+x}.$$

Ma questa deve essere, per definizione,

$$S.\sqrt{2g.H},$$

avremo dunque

$$(5)\ H=\frac{1}{S^2}\left\{\int_0^a 2\,y\,dx.\sqrt{h+x}\right\}^2.$$

56) Se l'area del pertugio è un cerchio di raggio r, allora, detta h la distanza del centro del cerchio dal piano di livello, e contando le x dal centro, sarà

$$y=\sqrt{r^2-x^2}\qquad S=\pi.r^2,$$

e quindi

$$H=\frac{4}{\pi^2 r^4}\left\{\int_{-r}^{+r} d\,x.\sqrt{r^2-x^2}\sqrt{h-x}\right\}^2,$$

e ponendo $x=r.\cos\varphi$, mettendo fuori h, sviluppando $\sqrt{1-\frac{r}{h}.\cos\varphi}$, e integrando sarà

$$H=h\left\{1+\frac{1}{32}.\frac{r^2}{h^2}+\frac{5}{1024}.\frac{r^4}{H^4}+\text{ec.}\right\}^2,$$

ossia

$$(6).\ H = h\left\{1 + \frac{1}{16}\cdot\frac{r^2}{h^2} + \frac{11}{1024}\cdot\frac{r^4}{H^4}\ \text{ec.}\right\}.$$

57) Per poco che il battente h sia grande, il carico medio si confonde sensibilmente col carico sopra il centro di gravità del foro.

Per rendersi ragione di ciò, immaginiamo il foro diviso in tanti piccolissimi elementi orizzontali; la velocità con cui l'acqua fluisce da ciascuno di detti elementi sarà rappresentata dall'ordinata della parabola considerata al num. 52, e quindi la portata della luce sarà il volume del tronco di prisma che ha per base la luce medesima, e che è troncato alla parte opposta dalla superficie cilindrica avente per sezione retta la parabola suddetta. Al crescere di h si fa di più in più piccola la curvatura della porzione di parabola corrispondente, cosicchè se h sia grande si può, senza tema di gravissimo errore, sostituire alla porzione della superficie cilindrica, che costituisce la base del tronco di prisma opposta al foro, il piano tangente la medesima nel suo punto intermedio. Allora il volume di quel prisma eguaglia il prodotto della base nella retta che partendo dal centro di gravità della base medesima muove perpendicolarmente fino ad incontrare la faccia opposta, la qual retta rappresenta appunto la velocità corrispondente al carico sopra il centro di gravità; dunque ec.

58) La portata ottenuta dietro le considerazioni precedenti è la portata teorica; per avere la portata pratica conviene moltiplicare la stessa per un coefficiente m di riduzione, che determineremo in appresso.

59) Se l'acqua contenuta nel recipiente, invece d'essere in riposo, fosse animata da una velocità che la portasse direttamente verso l'orificio, le molecole fluide sortirebbero non solamente in virtù della pressione esercitata dalla massa fluida superiore, ma eziandio in virtù della velocità da loro posseduta all'atto di presentarsi all'orificio. Si dovrà allora aggiungere all'altezza misuratrice della pressione una nuova forza che sarà l'altezza generatrice della velocità posseduta; quindi se u rappresenta una tale velocità, H il carico d'acqua, il ca-

rico d'efflusso sarà

$$H + \frac{u^2}{2g},$$

e quindi

$$Q = m\,S\sqrt{2g.\,H + u^2}.$$

60) Ricapitolando, avremo due formole per la determinazione della portata dei fori praticati nelle pareti dei recipienti.

1.° Se il foro è orizzontale, oppure se essendo verticale il battente sia grande, sarà

$$Q = m\,S.\sqrt{2g.\,H},$$

essendo H il carico sopra il centro di gravità dell'orificio.

2.° Se il battente è piccolo, sarà

$$Q = m\,S.\sqrt{2g.\,H},$$

essendo H il carico medio che si determinerà come si è insegnato ai num. 54, 55, 56.

Se la luce è verticale e rettangolare, sarà

$$Q = \frac{2}{3}\,m\,L.\sqrt{2g}\left\{(h+a)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}\right\}.$$

Resta ora che interroghiamo l'esperienza relativamente al coefficiente m di riduzione.

CAPITOLO IV.

Determinazione del coefficiente di riduzione

61) Volendo determinare m con tutta esattezza, ecco il metodo da seguirsi.

Dalle note dimensioni, forma, e posizione dell'orificio, si calcolerà la portata teorica Q. Ricevendo il liquido fluente in un vaso esattamente graduato, si potrà facilmente avere la quantità erogata in un secondo, e quindi la portata reale Q_1. Dividendo la seconda per la prima si avrà

$$\frac{Q_1}{Q} = m$$

cioè il coefficiente m cercato.

62) Di questa maniera operando, moltissimi distinti idraulici si accinsero alla determinazione del coefficiente di ridu-

zione tanto per piccoli orificii che per grandissimi, e con tutte le possibili variazioni di carico d'acqua. Comincio dal riportare una tavola nella quale sono riassunte alcune di queste esperienze fatte da varii autori, in varii luoghi, e con tutta la maggior diligenza.

Orificio circolare				Orificio quadrato			
Osservatore	Diametro	Carico	Coefficiente	Osservatore	Lato	Carico	Coefficiente
	metr.	metr.			metr.	metr.	
Mariotte	0,0068	1,79	0,692	Castel	0,01	0,05	0,655
id.	0,0068	7,90	0,692	Bossut	0,027	3,81	0,616
Castel	0,01	0,65	0,673	Michelotti	0,027	3,81	0,607
id.	0,01	0,31	0,654	id.	0,027	6,83	0,606
id.	0,015	0,138	0,632	Bossut	0,054	3,81	0,618
id.	0,015	0,30	0,617	Michelotti	0,054	2,24	0,603
Eytelwein	0,0261	0,723	0,618	id.	0,054	3,83	0,603
Bossut	0,0271	1,30	0,619	id.	0,054	6,78	0,602
Michelotti	0,0271	2,23	0,618	id.	0,082	2,26	0,616
Castel	0,03	0,168	0,629	id.	0,081	3,83	0,619
Venturi	0,041	0,88	0,622	id.	0,081	6,82	0,616
Bossut	0,054	3,81	0,618				
Michelotti	0,054	2,20	0,607				
id.	0,081	2,24	0,613				
id.	0,081	3,81	0,612				
id.	0,081	6,76	0,597				
id.	0,162	2,11	0,619				
id.	0,162	3,66	0,619				

Orificio rettangolo (Bidone)			
Rettangolo		Carico	Coefficiente
altezza	base		
0,0092	0,0185	0,33	0,620
0,0092	0,0370	0,33	0,620
0,0092	0,0739	0,33	0,621
0,0092	0,1478	0,33	0,626

63) Da questa tabella noi possiam rilevare che il coefficiente di contrazione non è assolutamente costante, ma bensì variabile, e generalmente più grande pei piccoli orificii e pei piccoli carichi; il qual fatto fu principalmente confermato dalle esperienze di Hachette.

Risulta da ciò la necessità di avere una lunga serie di accuratissime esperienze, dalle quali poter dedurre una tavola ove trovare i valori del coefficiente di riduzione corrispondente alle varie dimensioni del foro e alla varia grandezza dei carichi. Questa lunga serie di esperienze fu appunto eseguita a Metz dai sigg. Poncelet e Lesbros con cure e mezzi superiori a tutti quelli fino allora impiegati, per cui è a loro riservata la gloria di aver risolto il grande e utile problema della contrazion della vena in modo che la pratica ne possa avere tutto il giovamento richiesto.

Trattandosi di una delle più importanti operazioni di questo genere, credo utile entrare in qualche dettaglio (*).

64) Il luogo scelto per le esperienze fu in una lingua di terra separante la bassa Mosella dai fossi di cinta del forte San Vincenzo, i quali fossi vengono alimentati dalle acque dell'alta Mosella mediante un opportuno canale munito di saracinesca. Questi fossi al di sotto del luogo delle esperienze sono attraversati da una chiusa in muratura, munita di un'altra saracinesca, per cui mezzo si possono elevare le acque in essi contenute fino al livello dell'alta Mosella, superiore di circa quattro metri a quel della bassa, e mediante la chiavica accennata si può regolare il volume d'acqua dei medesimi a norma dell'occorrente.

Questo bacino che spontaneamente si presentava agli esperimentatori, comprendeva una superficie di circa venticinque mille metri quadrati, e si sarebbe quindi prestato con grandissima opportunità alla regolarizzazione del livello durante le esperienze per quanto forti potessero essere le portate. Ma alcune cause, che è qui inutile riferire, obbligarono a non potere usare che una porzione soltanto del bacino suddetto, o meglio a crearne un nuovo fra questi fossi e la bassa Mosella, locchè si potè fare mediante il semplice alzamento di una piccola diga. Il nuovo bacino comprendeva un'area di mille e cinquecento metri quadrati, e veniva alimentato da

(*) Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement des eaux à travers les orifices rectangulaires verticaux et à grandes dimensions; par MM. Poncelet et Lesbros, an. 1832.

un canale munito di chiavica per regolare opportunamente la quantità di acqua da immettersi nel bacino medesimo; e, all'uopo di obbligar l'acqua affluente a suddividersi e disseminarsi sopra grande estensione, nonchè a perdere la forza viva da lei posseduta all'atto di entrare nel recipiente, al sortire dal relativo canale, veniva essa ad urtare contro una serie di pali di salice impiantati sul fondo del bacino in prossimità del canale, donde essa scaturiva. Perchè poi avesse a riescire più facile il mantenere il livello invariabile, venne intagliato nelle sponde un piccolo canaletto munito pure di saracinesca, che combinata opportunamente nell'uso con quella del canale di immissione si prestasse più facilmente allo scopo; quest'ultimo canale serviva poi anche allo scarico completo del bacino ogni qualvolta il bisogno lo richiedeva.

65) In una delle sponde del bacino medesimo venne incavato un secondo canale della larghezza di metri 3,68, il quale dovea portare all'estremità inferiore l'apparecchio ove collocare gli orificii da cimentarsi. La larghezza di 3,68 fu assunta, perchè, quand'anche quella degli orificii si fosse elevata ad 1,50, si trovassero essi ancora a tale distanza dalle sponde da non poter queste influire menomamente sulla contrazione della vena fluente. Questo canale venne costruito prismatico a fondo orizzontale, e tutto foderato da tavole di legno accuratamente congiunte fra loro.

66) Dall'orificio l'acqua fluiva in un *bacino campione* lungo 6 metri largo 4 ed 1 profondo, destinato alla misura della quantità d'acqua erogata in un tempo determinato. Questo bacino era prismatico a fondo orizzontale, tutto foderato anch'esso da tavole di legno accuratamente congiunte e calafatte, per impedire le fughe d'acqua; comunicava poi per mezzo di un canaletto laterale con un pozzo di prova ove si prendevano le altezze del liquido. Poteasi poi vuotare a piacimento compiuta l'esperienza.

67) Il tempo venne misurato con un *cronometro a riposo* di Bréguet, che segnava il mezzo secondo, oppure con un *cronometro a piuma* dello stesso artista, che dava il decimo di secondo.

Le altezze dell'acqua nel pozzo di prova erano prese osservando il contatto della superficie dell'acqua con una punta di ferro mossa mediante viti micrometriche lungo un'asta di legno solidamente impiantata sul fondo, e divisa colla massima cura, in modo che si poteano avere con sicurezza i decimi di millimetro.

Apparecchi consimili misuravano l'altezza dell'acqua nel bacino a metri 3,50 a monte del foro, quella immediatamente sopra il foro, e quella del labbro superiore del foro medesimo: questi ultimi apparecchi furono confrontati fra loro mediante un'accurata livellazione, fatta direttamente col mezzo di tubi comunicanti.

68) Delle operazioni preliminari la più importante fu quella di misurare colla massima esattezza la capacità del bacino campione, essendo su tale misura appoggiata tutta la responsabilità delle esperienze. Venne abbandonato il metodo geometrico come quello che non potea andar scevro da qualche incertezza, specialmente per l'inconveniente sopraggiunto di essersi un poco inflesso il fondo del bacino medesimo, e si ebbe invece ricorso alla diretta esperienza.

A quest'uopo s'apparecchiò in prima una specie di tino campione, ritenuto immobile lateralmente al bacino, nel quale versava l'acqua per mezzo di un foro che potea aprirsi e chiudersi a volontà. Di questo tino campione si misurò la capacità servendosi di un decalitro cilindrico di ottone esattissimo; si riempiva quest'ultimo accuratamente di acqua, la quale veniva poi versata nel tino predetto, e da cui finalmente passava nel bacino campione. Con scrupolosa esattezza si notarono nella scala le altezze alle quali giungeva l'acqua nel detto bacino alla fine di ogni versamento parziale, e siccome si ebbero a notare alcune incertezze, specialmente nella parte bassa della scala di graduazione, incertezze delle quali non potea rendersi plausibile ragione; così si decidettero a eseguire la stima del campione per mezzo di grandi masse di parecchie migliaia di litri versati contemporaneamente. Si apparecchiarono perciò quattro di quei tini, e alcuni altri vasi formanti un totale di 8110 litri, dei quali operato il versamento, e ripetutolo più

volte e in giorni differenti, trovarono non elevarsi le variazioni al di là di alcuni decimi di millimetro sopra i 350 corrispondenti a quel volume nella scala di confronto.

Allo scopo di diminuire il più possibile la probabilità degli errori nelle differenti parti della scala, si determinarono altri venti punti sopra tutta la sua altezza, variando in ogni caso il volume del primo versamento, e procedendo poi per mezzo di addizioni successive degli 8110 litri predetti. Siccome poi i risultamenti di queste operazioni presentarono sopra le altezze di livello osservate delle differenze che si elevarono qualche volta fino al millimetro; così, per togliere qualunque dubbio, non operarono che sopra volumi di acqua di 8110 litri circa, avendo cura ogni volta di valutare, mediante i numeri della tavola di riscontro fra le altezze e i volumi, quel volume che potea corrispondere alla piccola differenza che esisteva fra l'altezza osservata e i 350 millimetri corrispondenti agli 8110 litri.

In quanto poi alla misura delle piccole portate, allo scopo di abbreviare il tempo di ogni esperienza, al grande bacino precedente si sostituirono vasi delle capacità di 870, 600, 400 e 200 litri esattamente campionati, e così adattati in luogo da togliere la possibilità di qualunque deformazione. Qui pure si ricorse al metodo di attendere che nel vaso campione l'acqua si elevasse a quel punto della scala che corrispondeva alle capacità superiormente accennate. Per ciò la punta dell'asta rimaneva sempre all'altezza medesima, e per ogni esperienza si versavano nel vaso campione, oppure si ritiravano le quantità d'acqua necessarie perchè il livello giungesse esattamente all'estremità inferiore di questa punta, con che si otteneva direttamente e rigorosamente l'esatto volume della portata.

Conviene aggiungere che la misura del bacino e dei vasi campioni si replicava tratto tratto durante tutto il corso delle esperienze.

69) I fori vennero aperti in un telaio di legno di cinque centimetri di spessore, fisso mediante viti a testa piana all'apparecchio adattato alla faccia a valle del bacino destinato a

questo scopo, e i loro bordi vennero tagliati esternamente sotto un angolo semiretto. Nella parete interna s'era applicata pure con viti a testa piana una piastra di rame perfettamente piana e di quattro millimetri di grossezza, e nella quale fu praticata un'apertura quadrata di 200 millimetri di lato. Questa lamina venne incastrata di tutto il suo spessore nel contorno interno del foro di legno, e il suo bordo venne limato in modo da fare un angolo semiretto, e continuare così il bordo del foro praticato nel legno.

Il lato inferiore dell'orificio era elevato di $0^m,54$ al di sopra del fondo, e i verticali distavano di $1^m,74$ da ciascuna delle faccie del recipiente.

All'uopo di poter diminuire a piacere l'altezza dell'orificio, si servirono di una sottile saracinesca di rame di 4 millimetri di spessore, e di 287 di lato perfettamente piana, e che veniva alzata od abbassata mediante un'asticella di ferro assottigliata al basso, e munita d'opportuna vite di pressione per poterla fissare a quell'altezza, corrispondente alla quale voleasi istituir l'esperienza.

Dirò in ultimo che si tenne esattissimo conto delle variazioni introdotte principalmente dalle differenti temperature, sulle dimensioni dei fori, e su tutte quelle misure su cui potevano esercitare una qualche influenza.

70) Le esperienze istituite colla massima cura e diligenza durante l'anno 1828 diedero i valori dei coefficienti di riduzione corrispondenti a carichi differenti, e a varie altezze degli orificii d'efflusso. Intercalando i risultamenti ottenuti poterono gli accennati autori costruire un'estesa tabella di coefficienti numerici corrispondenti ai varii casi, e che qui trovasi riportata.

Ho creduto meglio partirla in due, la prima dà i coefficienti di riduzione della formola

$$Q = m\,S\sqrt{2g.H}$$

essendo H il carico sopra il centro di gravità del foro; la seconda quei della formola

$$Q = \frac{2}{3}\,m\,L\sqrt{2g.}\left\{(h+a)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}\right\}$$

essendo h il battente ed a l'altezza del foro, supposto rettangolare.

Per la prima formola vi ha una doppia serie di coefficienti; la prima corrisponde al caso in cui si misuri il carico a monte del foro e in un punto in cui la superficie di livello sia orizzontale o il liquido stagnante, l'altra a quello in cui la detta altezza si misuri immediatamente al di sopra del foro medesimo.

Per la seconda tavola la serie unica corrisponde al primo de' due casi accennati.

71) La ragione per cui è mestieri distinguere il punto ove il carico si misura, è riposta nel fatto che la superficie libera del liquido si deprime avvicinandosi al foro allorchè questo è praticato in uno de' lati, depressione la quale è massima immediatamente al di sopra del foro medesimo.

Questa circostanza ci obbliga a misurare il carico a monte del foro e dove la superficie è orizzontale. Ma siccome nella pratica è più comodo, e quindi si usa prendere questo carico immediatamente al di sopra del foro, così ho creduto opportuno riportare i coefficienti della prima formola anche per questo caso.

Nelle esperienze di cui ora è parola, il carico era preso a 3,50 a monte dell'orificio.

L'uso pratico delle tavole seguenti credo non aver bisogno di alcuna dilucidazione.

Le lineette indicano i limiti fra i quali furono comprese le esperienze che hanno servito di base alla costruzione della tavola.

Tavola I.

Valori di m per la formola $Q = m\,S.\sqrt{2g.H}$.

$$H = h + \frac{1}{2}a$$

Carico sul bordo superiore h	Coefficienti prendendo il carico in un punto ove il liquido sia stagnante — Altezze degli orificii					
	a = 0,20	a = 0,10	a = 0,05	a = 0,03	a = 0,02	a = 0,01
metri						
0,010			0,607	0,634	0,660	0,702
0,015		0,593	0,612	0,638	0,660	0,698
0,02	0,572	0,596	0,616	0,639	0,660	0,695
0,03	0,578	0,600	0,620	0,641	0,659	0,689
0,04	0,582	0,603	0,623	0,640	0,659	0,684
0,05	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,680
0,06	0,587	0,607	0,626	0,639	0,657	0,677
0,07	0,588	0,609	0,627	0,638	0,657	0,674
0,08	0,589	0,610	0,628	0,638	0,656	0,671
0,09	0,591	0,610	0,629	0,637	0,655	0,669
0,10	0,592	0,611	0,630	0,637	0,655	0,667
0,12	0,593	0,612	0,631	0,636	0,654	0,665
0,14	0,595	0,613	0,631	0,635	0,653	0,661
0,16	0,596	0,614	0,631	0,635	0,652	0,659
0,18	0,597	0,615	0,631	0,634	0,651	0,657
0,20	0,598	0,615	0,631	0,634	0,649	0,655
0,25	0,599	0,616	0,630	0,633	0,647	0,652
0,30	0,600	0,616	0,630	0,632	0,645	0,650
0,40	0,602	0,617	0,629	0,631	0,642	0,646
0,50	0,603	0,617	0,628	0,631	0,640	0,643
0,60	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,641
0,70	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,638
0,80	0,605	0,616	0,626	0,628	0,635	0,635
0,90	0,605	0,615	0,625	0,627	0,634	0,632
1,00	0,605	0,615	0,625	0,627	0,632	0,629
1,10	0,604	0,614	0,624	0,626	0,629	0,626
1,20	0,604	0,614	0,623	0,625	0,627	0,623
1,30	0,603	0,613	0,622	0,623	0,625	0,621
1,40	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,619
1,50	0,602	0,611	0,619	0,621	0,620	0,617
1,60	0,602	0,611	0,618	0,619	0,618	0,616
1,70	0,602	0,610	0,616	0,617	0,617	0,615
1,80	0,601	0,609	0,615	0,616	0,615	0,614
1,90	0,601	0,608	0,614	0,614	0,614	0,613
2,00	0,601	0,607	0,613	0,613	0,613	0,613
3,00	0,601	0,603	0,606	0,607	0,608	0,609

Continuazione della Tavola I.

$$H = h + \frac{1}{2} a$$

Carico sul bordo superiore h	Coefficienti prendendo il carico immediatamente sopra l'orificio					
	Altezze degli orificii					
	a 0,20	a 0,10	a 0,05	a 0,03	a 0,02	a 0,01
metri						
0,010	0,600	0,625	0,641	0,683	0,716	0,764
0,015	0,596	0,620	0,637	0,672	0,700	0,735
0,02	0,594	0,618	0,638	0,665	0,690	0,719
0,03	0,593	0,615	0,637	0,659	0,678	0,705
0,04	0,593	0,614	0,636	0,654	0,672	0,695
0,05	0,593	0,613	0,636	0,650	0,668	0,689
0,06	0,594	0,612	0,635	0,647	0,664	0,683
0,07	0,594	0,613	0,635	0,645	0,663	0,678
0,08	0,594	0,614	0,634	0,643	0,660	0,674
0,09	0,594	0,614	0,634	0,642	0,659	0,671
0,10	0,595	0,614	0,634	0,641	0,658	0,669
0,12	0,596	0,614	0,634	0,639	0,656	0,665
0,14	0,597	0,615	0,633	0,637	0,654	0,662
0,16	0,598	0,615	0,632	0,636	0,653	0,660
0,18	0,598	0,616	0,634	0,635	0,651	0,658
0,20	0,599	0,616	0,631	0,634	0,650	0,656
0,25	0,600	0,617	0,630	0,633	0,647	0,652
0,30	0,601	0,617	0,630	0,632	0,645	0,650
0,40	0,602	0,617	0,629	0,631	0,642	0,646
0,50	0,603	0,617	0,628	0,631	0,640	0,643
0,60	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,641
0,70	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,638

I coefficienti seguenti sono identici con quelli della tavola precedente.

Tavola II.

Valori del coefficiente di riduzione per la formola

$$Q = \frac{2}{3} m L \sqrt{2g} \left\{ (h+a)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}} \right\}$$

Il battente h deve essere misurato in punto ove il liquido sia stagnante

Battente h	Altezze degli orificii					
	a 0,20	a 0,10	a 0,05	a 0,03	a 0,02	a 0,01
metri						
0,005			0,622	0,644		0,712
0,010			0,622	0,644	0,667	0,705
0,015		0,611	0,624	0,644	0,665	0,700
0,020	0,592	0,611	0,625	0,644	0,663	0,696
0,030	0,594	0,612	0,626	0,643	0,661	0,690
0,04	0,596	0,612	0,627	0,642	0,660	0,685
0,05	0,597	0,613	0,628	0,642	0,659	0,680
0,06	0,598	0,613	0,629	0,640	0,658	0,677
0,07	0,598	0,614	0,630	0,639	0,658	0,674
0,08	0,599	0,614	0,630	0,639	0,656	0,671
0,09	0,599	0,614	0,631	0,638	0,655	0,669
0,10	0,599	0,615	0,631	0,638	0,655	0,667
0,12	0,600	0,615	0,631	0,637	0,654	0,665
0,14	0,600	0,616	0,631	0,635	0,653	0,661
0,16	0,600	0,616	0,631	0,635	0,652	0,659
0,18	0,601	0,617	0,631	0,634	0,651	0,657
0,20	0,601	0,617	0,631	0,634	0,649	0,655
0,25	0,601	0,617	0,630	0,633	0,647	0,652
0,30	0,602	0,618	0,630	0,632	0,645	0,650
0,40	0,603	0,618	0,629	0,631	0,642	0,646
0,50	0,604	0,617	0,628	0,631	0,640	0,643
0,60	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,641
0,70	0,605	0,617	0,627	0,629	0,637	0,638
0,80	0,605	0,616	0,626	0,628	0,635	0,635
0,90	0,605	0,616	0,625	0,627	0,634	0,632
1,00	0,605	0,615	0,625	0,627	0,632	0,629
1,10	0,605	0,615	0,624	0,626	0,629	0,626
1,20	0,604	0,614	0,623	0,625	0,627	0,623
1,30	0,604	0,613	0,622	0,623	0,625	0,621
1,40	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,619
1,50	0,603	0,611	0,619	0,621	0,620	0,617
1,60	0,602	0,611	0,618	0,619	0,618	0,616

In questa seconda tavola non si protrassero più in là le finche dei coefficienti, essendo i seguenti identici con quelli della tavola precedente.

72) Sebbene i coefficienti registrati nelle tavole superiori sieno dedotti da esperienze eseguite con fori rettangolari, pure essi convengono a qualunque orificio, e allora l'altezza del rettangolo notata nelle tavole corrisponde alla minima dimensione dell'orificio medesimo. È fatto generalmente ammesso che la portata è indipendente dalla forma dell'orificio, purchè almeno, secondo un'osservazione di Hachette, esso non presenti angoli rientranti.

73) Quantunque alcuni degli orificii cimentati nelle esperienze dei sig. Poncelet e Lesbros sieno già molto grandi, pure in pratica si hanno orificii che lascian fluire venti o trenta volte più d'acqua, e la cui parete non presenta quell'angolo tagliente col quale si terminavano i fori suddetti. Tali sono, a cagion d'esempio, quelli praticati nelle porte dei canali di navigazione. Importa quindi moltissimo di avere il coefficiente di riduzione proprio a questo caso, e a ciò sopperiscono alcune esperienze di Pin eseguite nel canale di Linguadocca (*). Queste esperienze, con alcune di Lespinasse, sono registrate nella tavoletta seguente, dove importa rimarcare che i fori non essendo perfettamente rettangolari, le altezze non possono essere che approssimate; la larghezza del foro era circa $1^m,30$.

Foro		Carico sul centro	Portata in un secondo	Coefficiente
Area	Altezza			
0,7194	0,55	4,436	4,114	0,613
0,6496	0,50	2,021	2,623	0,641
0,6496	0,50	1,904	2,498	0,629
0,6007	0,46	3,925	3,925	0,641
0,6246	0,48	4,141	3,646	0,647
0,6246	0,48	1,949	2,377	0,616
0,6246	0,48	1,895	2,261	0,594
0,6240	0,48	1,975	2,413	0,621
		Termine medio		0,625

(*) Anciens Mémoires de l'Académie des sciences des Toulouse. Tom. II., 1784 — Histoire du canal du Midi par le général Andréossy. Tom. I.

74) Questo coefficiente medio combina con quello che si ottenne da una esperienza eseguita in una chiusa del bacino di Havre, e da un'altra eseguita dal d'Aubuisson al sostegno di *Bayard, canal de Midi*; ed è un po' più forte di quello che si avrebbe dalle tavole di Poncelet. La causa è forse riposta nella collocazione particolare del foro, che essendo troppo vicino alle sponde, queste non avranno permesso di svilupparsi intieramente la contrazione, come pure nella grossezza della parete che era già di 0,54 al bordo inferiore. Comunque sia la cosa, sarà prudente nella pratica in casi consimili attenersi al coefficiente suddetto.

75) Le stesse esperienze segnalizzarono a Lespinasse un fatto curioso, fatto che sembrò confermarsi in quelle eseguite da Pin. Le porte dei canali di navigazione sono a due battenti che, essendo chiusi, formano un angolo dai 130° ai 140° gradi, e in ciascuno di detti battenti trovasi aperto un orificio: ora rimarcarono quegl'ingegneri che la portata di ciascuno di questi era maggiore allorchè agiva solo, e che essa era notabilmente diminuita allorchè s'apriva anche l'altro, per cui la portata totale dei due fori aperti contemporaneamente era più piccola della somma delle due portate dei fori isolatamente presi, e stimarono una tal differenza elevarsi circa a un ottavo della portata totale.

76) Allo scopo di constatare un tal fatto i sig. d'Aubuisson e Castel a Tolosa intrapresero una serie di esperienze variando grandezza di fori, carico e inclinazione scambievole dei fori medesimi, e non ebbero a riscontrare mai differenza sensibile nel coefficiente di riduzione. Ciò avvenne pure in una esperienza eseguita dal d'Aubuisson al sostegno di *Bayard* nel canale del mezzogiorno, ove riscontrò che il tempo necessario al riempimento della conca, allorchè versarono congiuntamente i due fori, era precisamente metà di quello impiegato allorchè l'acqua fluiva da uno soltanto dei medesimi (*). La differenza riscontrata da Lespinasse e da Pin proveniva forse dalle circostanze particolari ai fori ove le esperienze vennero istituite;

(*) D'Aubuisson de Voisins, Traité d'hydraulique pag. 35. — Annales des Ponts et chaussées. 2. Série 1841. 2. Semestre pag. 114.

ad ogni modo essa è così marcata da non doversi passare sotto silenzio; secondo essi il coefficiente pei due fori congiunti sarebbe 0,548.

77) Fino ad ora si è supposto la contrazione essere completa, cioè il foro così lontano dal fondo e dai lati, da non temere la loro influenza sopra l'efflusso. Quando ciò non avvenga, allora il coefficiente crescerà alcun poco, ma nessuna esperienza abbiamo in proposito; è questa una delle lacune della foronomia che meriterebbe moltissimo d'essere riempiuta, e noi siamo forzati a limitarci a considerare il caso in cui la contrazione sia intieramente soppressa sopra una porzione del perimetro, pel qual caso si hanno le esperienze del Bidone superiormente accennate.

Le principali fra queste esperienze sono registrate nelle due tavole seguenti.

I. Foro rettangolare di 0,054 di base sopra 0,027 di altezza.

La contrazione soppressa sopra	Porzione del perimetro senza contrazione	Coefficiente	Rapporto al coefficiente di contrazione totale
Nessun lato	0	0,608	1,000
Un lato minore	1 : 6	0,620	1,020
Un lato maggiore	2 : 6	0,637	1,049
Un lato mag. un min.	3 : 6	0,659	1,085
Due lati min. un mag.	4 : 6	0,680	1,119
Due lati mag. un min.	5 : 6	0,692	1,139

II. Foro circolare di 0,04 di diametro.

Porzione del perimetro su cui è soppressa la contrazione	Coefficiente	Suo rapporto con m
0	0,597	1,000
1 : 8	0,603	1,011
2 : 8	0,615	1,032
3 : 8	0,625	1,048
4 : 8	0,639	1,072
5 : 8	0,649	1,087
6 : 8	0,664	1,112
7 : 8	0,670	1,123

78) Dopo numerose prove e confronti fra queste e moltissime altre esperienze lo stesso Bidone ha trovato che si potevano abbastanza bene rappresentare i numeri dell'ultima colonna delle due tavole superiori, o meglio i rapporti del coefficiente relativo al caso in cui la contrazione è soppressa in parte a quello dove essa avea luogo completamente, mediante le due formole seguenti

1. Pel foro rettangolare

$$1 + 0,152 . \frac{n}{p}$$

2. Pel foro circolare

$$1 + 0,128 . \frac{n}{p},$$

dove n rappresenta la lunghezza della porzione di perimetro sul quale la contrazione è soppressa, e p la lunghezza del perimetro totale.

L'errore massimo di queste formole non superando mai $\frac{1}{39}$, si può adottare pel coefficiente di riduzione nei due casi

$$m(1 + 0,152 . \frac{n}{p})$$

$$m(1 + 0,128 . \frac{n}{p})$$

prendendo m dalle tavole di Poncelet e Lesbros.

79) Conviene avvertire che le formole superiori non reggono più nel caso in cui la contrazione sia soppressa sopra tutto il perimetro; questo caso non è più della stessa natura di quello in cui sia essa soppressa in parte soltanto, per quanto grande d'altronde sia questa parte; non regge la continuità nel passaggio dall'uno all'altro caso.

80) Succede frequente il caso nella pratica in cui il foro essendo rettangolare, tre de' suoi lati sono in diretta continuazione delle sponde e del fondo del canale, e il terzo è formato dallo spigolo inferiore di una saracinesca o panconata il cui piano è generalmente inclinato all'orizzonte del due sopra uno, o di uno su uno. Nel primo caso l'esperienza ha additato il coefficiente 0,74, nel secondo 0,80, notabilmente superiori a quelli che si otterrebbero anche tenendo conto della soppressione della contrazione della vena fluida. In questi casi converrà dunque appigliarsi ai coefficienti suddetti.

81) Riassumendo avremo

1. Pei casi di foro scolpito in lamina sottile e a contrazione completa dovrassi adoperare il coefficiente relativo delle tavole del numero 71, intercalando fra i due coefficienti prossimi quello corrispondente a caso intermedio fra quelli notati nella tavola. Per fori la cui altezza superi 0,20 si adotteranno i coefficienti di quest'ultimi.

Pei casi in cui non si richieda molta esattezza sarà sufficiente assumere

$$m = 0,62.$$

2. Trattandosi dei fori praticati nelle porte dei sostegni di navigazione, nelle ordinarie circostanze della pratica sarà

$$m = 0,625.$$

3. Se la contrazione è soppressa in parte, si ricorrerà alla regola del numero 78.

4. Finalmente pel caso di foro, in cui la contrazione sia nulla su tre lati, e il quarto sia lo spigolo inferiore di una panconata inclinata all'orizzonte, si avrà

$m = 0,72$ per inclinazione di 2 su 1

$m = 0,80$ . . . . . 1 su 1

Appendice

Formola generale di Lesbros per calcolare direttamente la portata degli orificii

82) Sebbene per l'uso pratico forse non torni conto allontanarsi nel calcolo delle portate dei fori dalle regole precedentemente assegnate, pure credo qui opportuno riportare una formola empirica dovuta al sig. Lesbros, mediante cui si può ottenere direttamente la portata di un orificio qualunque, note che sieno la sua altezza e larghezza, nonchè il battente d'acqua sul labbro supremo. Rimetto alla memoria originale del Lesbros chi volesse vedere di qual maniera giunse egli alla composizione della formola di cui ora è parola; essa fa seguito alla grande memoria di Poncelet e Lesbros più volte accennata sulle leggi dell'efflusso dell'acqua dagli orificii; si potrà qui pure vedere come i risultamenti del calcolo si scostino di pochissimo da quelli dell'esperienza, cosicchè si può ritenere l'errore essere sempre inferiore ad un centesimo, al qual limite anche non giunse che rarissime volte. Ecco la formola; la portata è espressa in litri, le altre quantità tutte in decimetri.

Detta Q la portata, l la lunghezza, a l'altezza dell'orificio, h il carico sul lato supremo o il battente, si calcoleranno le quantità

$$(1)\quad \begin{cases} \alpha = \left\{ \dfrac{0,125}{a + 1,13} + 0,56 \right\} l.a \\ \beta = \left\{ \dfrac{0,048}{a + 0,28} + 0,399 \right\} a \\ \gamma = -\left\{ \dfrac{0,0186\,(a - 1,255)^2 - 0,0523}{a + 0,0489} \right\} l.a \\ \delta = \left\{ 0,63\sqrt{(a - 0,62)^2 + 0,17} + 0,52.a - 0,44 \right\} l, \end{cases}$$

e quindi si avrà

$$(2)\quad Q = \alpha\sqrt{2g(h + \beta)} - \gamma.h + \delta.$$

Dal confronto diretto coll'esperienza risulta che la formola superiore può essere impiegata con confidenza per calcolare la

portata 1.° di tutti gli orificii che hanno più di un centimetro di altezza, e per tutti i carichi sul vertice da zero fino a 3 o 4 metri; 2.° di quelli di cui l'altezza è solo un centimetro, e per carichi non maggiori di $2^m,5$. 3.° Essa non è applicabile ad orificii che hanno molto meno di un centimetro di luce.

Eccone un esempio. Si domanda la portata di un orificio rettangolare largo $0^m,20$, alto $0^m,05$ e col battente di metri $1^m,6649$. Avremo

$$l=2,0;\ a=0,5;\ h=16,649;\ g=98,088\ (^*)$$

sostituendo nelle (1) avremo

$$\alpha=0,6367 \qquad \beta=0,1971$$
$$\gamma=0,07597 \qquad \delta=0,1810$$

e quindi

$$Q=35,516 \text{ litri;}$$

l'esperienza avea somministrato

$$Q=35,514.$$

CAPITOLO V.

Dell'efflusso dai fori per mezzo di tubi addizionali

Nozioni

83) Molte volte nella pratica ai fori scolpiti in lamina sottile si adattano dei piccoli tubi, la cui lunghezza non supera cinque o sei volte la massima dimensione del foro, e questi portano il nome di *tubi addizionali*. Un orificio scolpito in una parete molto grossa equivarrebbe ad uno praticato in lastra sottile e munito di tubo addizionale; in tal caso lo spigolo interno del foro costituisce, per così dire, la lastra dove il foro è intagliato, e tutto il rimanente della parete il tubo addizionale applicato alla stessa.

84) Tre specie di tubi addizionali si impiegano: 1.° tubi

(*) Si è assunto questo valore della gravità per adattarlo al luogo ove l'esperienza venne eseguita.

addizionali cilindrici; 2.° tubi addizionali conici convergenti; 3.° tubi addizionali conici divergenti.

Le denominazioni di *cilindrici* e *conici* debbono intendersi nel più lato senso della parola, con che vi restano inchiusi anche i tubi prismatici e piramidali.

85) L'effetto de' tubi addizionali è in generale quello di aumentare la portata reale e di diminuire la velocità dell'acqua fluente, cosicchè si hanno a considerare due coefficienti numerici, l'uno serve a ricondurre la portata teorica, intesa come ai numeri 48 e 53, alla portata reale, l'altro a ricondurre la velocità teorica data dal teorema di Toricelli a quella che è realmente posseduta dall'acqua al fluire dal tubo. Diremo coefficiente di riduzione della portata il primo, e lo indicheremo costantemente colla lettera m, come si è fatto superiormente; l'altro lo chiameremo coefficiente della velocità, e lo indicheremo con n.

Ciò che maggiormente interessa la pratica è la determinazione numerica dei coefficienti m ed n suddetti.

Articolo I.

Tubi addizionali cilindrici

86) Allorchè ad un foro scolpito in lastra sottile si adatti un tubo addizionale cilindrico, la cui lunghezza non sia minore di due volte e mezzo il suo massimo diametro, si rimarca che l'acqua fluente riempie tutto il tubo, e sorte, come si dice nel linguaggio pratico, *a piena bocca*, cosicchè trovasi intieramente soppressa la contrazione della vena fluida.

87) Questo fenomeno sembra essere prodotto dall'attrazione molecolare delle pareti del tubo sulle molecole del liquido. La vena fluida al sortire dall'orificio si contrae, e la contrazione ha realmente luogo nell'interno del tubo; ma se esso è di sufficiente lunghezza, o la divergenza di alcuni filetti liquidi, o l'attrazione delle pareti deviano le molecole estreme dal loro cammino e le portano a contatto delle pareti medesime, queste

trascinano i filetti vicini, e così di mano in mano tutta la vena, la quale allora riempie il tubo, e l'efflusso si fa a piena bocca.

88) Alcune esperienze di Hachette vengono a sostegno di una tale opinione.

Primieramente si rimarca non aver luogo il fenomeno se il liquido non bagna il tubo; così, per es., facendo fluire del mercurio da tubo addizionale di ferro o di vetro, la presenza di esso tubo è senza sensibile effetto, e l'efflusso si fa a piena bocca rivestendo il tubo di ferro di uno strato o amalgama di stagno, che, come si sa, è bagnato dal mercurio. Così pure per l'acqua cessa il fenomeno rivestendo le pareti del tubo di cera o di grasso.

L'interposizione dell'aria basta a staccare la vena fluida. Bucherando tutto all'intorno il tubo verso il suo mezzo, l'acqua non tocca più le pareti, e continua a non toccarle fino a che vi ha un solo foro aperto. Chiudendo i fori, l'acqua fluisce a piena bocca. L'esperienza è del Venturi.

Se la velocità è molto debole, allora deve essere più immediata l'azione delle pareti, e l'acqua deve toccar le pareti molto prima, come appunto succede, essendo riuscito Hachette a far fluire l'acqua a piena bocca da un tubo, il cui diametro era 0,0095, e la lunghezza 0,006. Una fortissima velocità invece si opporrà più fortemente all'azione delle pareti, e lo stesso Hachette riescì a staccare la vena dalle pareti aumentando il carico d'efflusso.

Finalmente quanto è più lungo il tubo, tanto più facilmente il fenomeno si presenta; e cessa allorchè la lunghezza del tubo sia inferiore a quella della vena contratta.

89) Veniamo ora alla ricerca del coefficiente di riduzione della portata. A quest'uopo pongo qui una piccola tavola nella quale sono registrate le principali esperienze eseguite allo scopo di determinare la portata reale dei fori muniti di tubo addizionale cilindrico.

Osservatore	Tubo addizionale		Carico	Coefficiente m
	diametro.	lunghezza		
Castel	0,0155	0,040	0,20	0,827
id.	0,0155	0,040	0,48	0,829
id.	0,0155	0,040	0,99	0,829
id.	0,0155	0,040	2,00	0,829
id.	0,0155	0,040	3,03	0,830
Bossut	0,023	0,054	0,65	0,788
id.	0,023	0,054	1,24	0,787
Eytelwein	0,026	0,078	0,72	0,821
Bossut	0,027	0,041	3,85	0,804
id.	0,027	0,054	3,87	0,804
id.	0,027	0,108	3,92	0,804
Venturi	0,041	0,128	0,88	0,822
Michelotti	0,081 quadrato	0,216	2,18	0,815
id.	0,081	0,216	3,80	0,803
id.	0,081	0,216	6,71	0,803
			Medio	0,813

Osservando questa tavola si vede facilmente che la varietà dei carichi non ha sensibile influenza, e che quindi il coefficiente di riduzione della portata è indipendente dalla grandezza del carico; in secondo luogo si scorge che esso si allontana di poco dal suo termine medio 0,813. Dando maggiore importanza alle esperienze di Castel, Eytelwein e Michelotti, si assume comunemente per coefficiente della portata il numero 0,82.

90) Veniamo al coefficiente della velocità. Dappoichè il getto sorte a piena bocca in fili paralleli all'asse dell'orificio, la diminuzione della portata reale in confronto della teorica non può provenire che da una diminuzione della velocità, e il rapporto fra la velocità reale e la teorica dovrebbe eguagliare quello che abbiamo superiormente assegnato fra la portata reale e la teorica; e ciò diffatti si scorge aver luogo dalla tavola seguente in cui sono registrate tre esperienze, due del Castel ed una del Venturi.

Getto		Velocità		Coefficiente	
ascissa	ordinata	reale	teorica	velocità	portata
0,546	0,673	2,017	2,426	0,832	0,827
1,140	1,769	3,669	4,414	0,832	0,829
1,462	1,868	3,415	4,154	0,824	0,822

Si può quindi ammettere che la velocità di un getto alla sua sortita da un tubo addizionale cilindrico non sia che 0,82 di quella dovuta al carico rispettivo.

Abbiamo dunque pei tubi addizionali cilindrici

$$m = n = 0,82.$$

Siccome poi i carichi stanno fra loro come i quadrati delle velocità, così l'altezza teorica h_1 a cui si eleverebbe un getto verticale sortente da tubo cilindrico con carico h, non sarebbe che

$$h_1 = (0,82)^2 . h = 0,67 . h.$$

Articolo II.

Tubi addizionali conici convergenti

91) In questi tubi conviene attentamente distinguere la luce interna, che è quella immediatamente applicata alle pareti del recipiente, e che costituisce l'orificio praticato nelle pareti medesime, e la luce esterna che è propriamente l'orificio di efflusso. Quando si dice che la portata è notabilmente aumentata dalla presenza di questi tubi, s'intende essere aumentata quella portata che si avrebbe dalla luce esterna se questa fosse praticata in lastra sottile. Se la parete essendo molto grossa il tubo fosse incavato nella medesima, si dovrà considerare sempre la luce esterna come orificio di efflusso.

92) Nei tubi addizionali che ora consideriamo, si presentano due contrazioni, l'una interna, l'altra esterna; la prima tende a diminuire la velocità; la seconda la sezione dell'efflusso. Se diciamo quindi n il coefficiente di riduzione della velocità teorica, n_1 quello della sezione di efflusso, V la ve-

locità teorica, S la sezione esterna del tubo; saranno nV ed $n_1 S$ le velocità e sezione reale, e la portata Q sarà

$$Q = nV . n_1 S = n . n_1 . V . S,$$

per cui sarà

$$n . n_1 = m$$

il coefficiente di riduzione della portata.

Se saranno noti m ed n, avremo n_1, cioè il coefficiente della contrazione esterna, dividendo il primo pel secondo.

93) La determinazione dei valori dei coefficienti accennati forma lo scopo delle accuratissime esperienze di Castel che qui riproduciamo (*).

Apparecchiò egli due serie di tubi, nell'una il diametro di erogazione era di 0,0155 circa, di 0,020 nell'altra; il diametro d'entrata variava poi da tubo a tubo della serie medesima, con che i varii tubi aveano vario angolo di convergenza. I carichi d'acqua variarono da 0m,20 a 3m,00 circa, e furono misurati con scrupolosa esattezza. Allo scopo di determinare le velocità colle quali l'acqua fluiva dai tubi, stabilì una tavola esattamente orizzontale a 1m,14 di distanza dal centro del tubo, e nella quale era praticato un taglio longitudinale della larghezza di 0m,10, nella direzione dell'asse del tubo, e pel quale passava il getto, la cui ampiezza venia misurata mediante una riga esattamente divisa e fissata alla tavola medesima in vicinanza del getto. Questa ampiezza era l'ordinata della parabola da esso descritta corrispondente all'assissa 1,14; da queste due coordinate si deduceva facilmente la velocità di proiezione. Queste velocità non poterono misurarsi che fino al carico di 2 metri, al di là il getto si deformava, e la sua ampiezza oltrepassava la parte della riga su cui poteasi misurare. Le portate si ebbero ricevendo il getto in vasi di nota capacità e accuratamente campionati.

94) Tutti gli elementi che possono avere un'influenza sopra la portata e la velocità, e quindi sui rispettivi coefficienti di riduzione, si riducono ai seguenti: 1.° il carico maggiore o minore dell'acqua sopra il centro del foro di efflusso; 2.° il

(*) Annales des Mines 1838.

diametro del foro e la lunghezza del tubo; 3.° finalmente il vario angolo di convergenza del tubo medesimo.

Cercheremo dalle esperienze del Castel ricavare le leggi della influenza degli elementi medesimi, donde i rispettivi valori dei coefficienti di riduzione.

95) 1.° Carico maggiore o minore dell'acqua sul centro del foro di efflusso.

La differente grandezza dei carichi non ha influenza alcuna sui coefficienti di riduzione, i quali pel medesimo tubo si mantengono invariabili. Questa costanza dei coefficienti ci avvisa che le portate e le velocità sono esattamente proporzionali, per ciascun tubo, alla radice del carico. La tavola seguente dimostra la conseguenza enunciata; si sono prese alcune soltanto delle molte esperienze, senza vista particolare; tutte le altre camminano egualmente.

Diametro del foro	Lunghezza	Angolo di convergenza	Carico	Coefficiente della portata	Coefficiente della velocità
0,0155	0,04	1° 36′	0,2125	0,866	0,862
			0,4853	0,866	0,869
			0,9864	0,865	0,865
			1,5016	0,865	0,868
			2,0064	0,864	0,868
			3,0354	0,867	0,868
id.	id.	13° 24′	0,2155	0,944	0,963
			0,4831	0,946	0,966
			0,9924	0,945	0,963
			1,4924	0,946	0,966
			2,0064	0,945	0,956
			3,0297	0,947	—
0,0201	0,10	16° 34′	0,2175	0,951	0,973
			0,4825	0,950	0,976
			0,9955	0,950	0,977
			1,4994	0,951	0,969
			2,0064	0,950	0,974
			3,0274	0,951	—

La stessa conseguenza si ricaverà pure dalla tavola generale di tutte le esperienze che presto soggiungeremo. In essa si sono notati i coefficienti massimo, minimo e medio per cia-

scun tubo, e si vedrà quanto poco differiscano fra loro ad onta che i carichi abbiano variato da 0,2 circa a 3,00.

96) 2.° Diametro dell'orificio e lunghezza del tubo.

L'influenza di questi elementi è lungi dall'essere ancora perfettamente constatata. Osservando attentamente la tavola del numero seguente, e mettendo in confronto i tubi del medesimo angolo di convergenza si vedrà facilmente che il maggiore diametro ha dato anche coefficienti un poco maggiori, e che pei tubi del diametro di 0,0155 la diminuzione della lunghezza ha un poco aumentata la portata, laddove con quelli del diametro di 0,020, quest'ultima crebbe invece al crescere della lunghezza; le variazioni però e nell'un caso e nell'altro furono piccole, e fino a che non si avranno straordinarie lunghezze non si dovrà temere errore di conseguenza adottando per questi tubi addizionali i coefficienti di riduzione della tavola corrispondenti ai speciali angoli di convergenza.

97) 3.° Angolo di convergenza.

Allo scopo di constatare l'influenza di questo principale elemento riporto qui la tavola per esteso delle esperienze di Castel; ho posto il valor massimo e minimo dei coefficienti, oltre il medio, essendo sempre necessario il sapere fra quali limiti sta compreso l'errore possibile.

Tubo di 0,0155 circa di diametro.

Lunghezza del tubo	Diametro di efflusso	Angolo di convergenza	Coefficiente portata		Coefficiente velocità	
			massimo e minimo	medio	massimo e minimo	medio
0,040	0,01550	0° 0'	0,829 0,827	0,829	0,833 0,826	0,829
		1° 36'	0,867 0,864	0,866	0,869 0,862	0,867
		3° 10'	0,897 0,894	0,895	0,898 0,891	0,894
		4° 10'	0,914 0,910	0,912	0,914 0,908	0,910
		5° 26'	0,928 0,922	0,924	0,928 0,905	0,919

Tubo di 0,0155 circa di diametro.

Lunghezza del tubo	Diametro di efflusso	Angolo di convergenza	Coefficiente portata		Coefficiente velocità	
			massimo e minimo	medio	massimo e minimo	medio
0,040	0,01550	7° 52′	0,932 0,928	0,930	0,936 0,927	0,932
		8° 58′	0,935 0,934	0,934	0,946 0,939	0,942
		10° 20′	0,939 0,937	0,938	0,953 0,948	0,951
		12° 4′	0,943 0,941	0,942	0,960 0,951	0,955
	0,01555	13° 24′	0,947 0,944	0,946	0,966 0,956	0,963
		14° 28′	0,942 0,940	0,941	0,970 0,965	0,966
	0,01550	16° 36′	0,939 0,937	0,938	0,974 0,967	0,971
	0,01545	19° 28′	0,926 0,923	0,924	0,973 0,968	0,970
	0,01550	21° 0′	0,920 0,917	0,919	0,978 0,965	0,972
	0,01553	23° 0′	0,914 0,913	0,914	0,980 0,971	0,974
	0,01550	29° 58′	0,896 0,895	0,895	0,981 0,971	0,975
	0,01560	40° 20′	0,870 0,868	0,870	0,986 0,976	0,980
		48° 50′	0,849 0,846	0,847	0,991 0,978	0,984
0,035	0,01540	9° 14′	0,930 0,928	0,929	0,945 0,934	0,940
	0,01555	10° 28′	0,947 0,942	0,945	0,959 0,949	0,953
	0,01550	12° 42′	0,952 0,950	0,951	0,966 0,957	0,961
	0,01553	16° 2′	0,942 0,939	0,940	0,973 0,959	0,967
	0,01550	18° 6′	0,927 0,925	0,926	0,981 0,969	0,974
0,030	0,01530	15° 44′	0,943 0,940	0,941	0,971 0,960	0,968
0,025	0,01530	19° 14′	0,931 0,930	0,931	0,970 0,965	0,968

Tubo di 0,020 circa di diametro.

Lunghezza del tubo	Diametro di efflusso	Angolo di convergenza	Coefficiente portata		Coefficiente velocità	
			massimo e minimo	medio	massimo e minimo	medio
0,050	0,02000	2° 50′	0,916 0,913	0,914	0,910 0,901	0,906
		5° 26′	0,931 0,929	0,930	0,929 0,925	0,927
	0,02005	6° 54′	0,939 0,937	0,938	0,942 0,934	0,938
	0,02000	10° 30′	0,946 0,944	0,945	0,957 0,951	0,953
		12° 10′	0,951 0,949	0,950	0,961 0,954	0,957
		13° 40′	0,957 0,955	0,956	0,968 0,959	0,964
	0,01995	15° 2′	0,950 0,948	0,949	0,973 0,961	0,967
	0,02000	18° 10′	0,940 0,939	0,939	0,973 0,968	0,971
	0,01995	23° 4′	0,931 0,929	0,930	0,975 0,962	0,971
	0,02000	33° 52′	0,921 0,919	0,920	0,985 0,970	0,979
0,100	0,02010	11° 52′	0,967 0,964	0,965	0,968 0,965	0,967
	0,01990	14° 12′	0,958 0,957	0,958	0,973 0,967	0,970
	0,02100	16° 34′	0,951 0,950	0,951	0,977 0,969	0,974

Analizzando attentamente questa tavola sarà facile dedurre le conseguenze seguenti.

1.° La portata va gradatamente aumentando al crescere dell'angolo di convergenza fino verso a 13° e mezzo, dove il coefficiente di riduzione è circa 0,95; crescendo ancora l'angolo di convergenza la portata diminuisce, dapprima lentamente, ma poi la diminuzione diviene di più in più rapida, non essendo più il coefficiente che circa 0,84 per l'angolo di 50°. Il coefficiente di riduzione della portata, e quindi la portata,

ha un massimo corrispondente ad angolo compreso fra i 13 ed i 14 gradi.

2.° La velocità dell'efflusso va invece continuamente aumentando a mano a mano che aumenta l'angolo di convergenza, e i suoi coefficienti sono già vicini al loro limite *uno* per l'angolo di 50 gradi circa.

3.° Dividendo il coefficiente della portata per quello della velocità, si ottiene il coefficiente n_1 di contrazione esterna. Eseguendo una tale operazione si vedrà facilmente che fino all'angolo di 10 gradi circa si ha sensibilmente $n_1 = 1$, e quindi che fino a questo punto non si ha sensibile contrazione esterna; malgrado la convergenza delle pareti le molecole fluide sortono presso a poco parallelamente all'asse del tubo. Al di là di dieci gradi la contrazione esterna comincia a rendersi sensibile, e a ridurre di più in più la sezione della vena fluente. È in ciò forse riposta la ragione dell'aumento della portata fino circa a 14°, e della sua diminuzione oltre un tal angolo. Cresce fino a 10° per l'aumento della velocità, continua a crescere fino circa a 14° essendo maggiore l'influenza dell'aumento della velocità di quello sia quella della diminuzione della sezione di efflusso, diminuisce nel seguito avvantaggiandosi quest'ultima causa sopra la prima.

98) Nella pratica, allorchè sia mestieri conoscere la portata e la velocità dell'efflusso degli orificii armati con tali tubi, basterà tener conto dell'angolo di loro convergenza, e ricorrere alla tavola superiore, per avere i coefficienti relativi; si interpoleranno fra i due più vicini quelli che non si trovassero precisamente nel caso degli angoli notati nella tavola stessa.

Se sieno D e d i diametri degli orificii di entrata e di sortita, L la lunghezza del tubo, α l'angolo di convergenza, sarà

$$\text{tag.}\ \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2}\cdot\frac{D-d}{L}.$$

Esemp. Si domanda la portata di un tubo addizionale conico, i cui diametri sono 0,066, e 0,032, la lunghezza 0,21; fluendo l'acqua sotto il carico di 0,854.

Si avrà

$$\text{tang.}\ \frac{1}{2}\alpha = \frac{0,017}{0,21} = 0,08095,$$

donde

$$\frac{1}{2}\alpha = 4\ 37',8;\ \text{ed}\ \alpha = 9\ 15',6,$$

quindi $m = 0,943.$

Sarà poi $S = \frac{1}{4}\pi d^2 = 0,0008042$ e

$$Q = 0,943 \times 0,0008042 \times \sqrt{2g.0,854} = 0,003103,$$

ossia litri 3,103.

Per la velocità dell'efflusso sarà $n = 0,949$, e quindi

$$V = 0,949 \times \sqrt{2g.0,854} = 3,684.$$

99) Quanto poi ai grossi tubi conici o doccie piramidali che nelle officine lanciano l'acqua sopra le ruote idrauliche, si hanno tre preziose esperienze di Lespinasse eseguite sopra alcuni mulini del canale di Linguadocca.

Le doccie erano tronchi di piramide rettangolare, lunghi $2^m,923$, la loro base maggiore avea $0^m,731$ sopra $0^m,975$ di lato, e la minore $0^m,135$ sopra $0^m,190$; cosicchè le faccie opposte erano inclinate due sotto l'angolo di 11° 38', e le due altre di 15° 18'; il medio è 13° 28', cioè appunto l'angolo di massima portata. Le tre esperienze diedero rispettivamente per valore del coefficiente di riduzione della portata 0,987; 0,976; 0,979; il suo medio 0,98 sarà quello che si deve adoperar nella pratica pei casi consimili.

Articolo III.

Tubi addizionali conici divergenti.

100) Scarsissimo è il numero delle esperienze sui tubi addizionali conici divergenti, e a poche conseguenze di rilievo possono esse condurre. Quelle di Daniello Bernoulli sono sfigurate da indagini estranee, mal sicure e forse immaginarie. Le altre poche prove del Venturi urtano quasi tutte nello scoglio di essere istituite con dei cannelli di tale rapporto fra le due sezioni estreme, che il getto liquido faceasi quasi sempre irregolarissimo. Quelle di Eytelwein aveano più propriamente per iscopo di vedere fino a qual punto le formole pei lunghi tubi poteansi applicare.

101) Dalle esperienze istituite risulta però evidente il fatto del grandissimo aumento di portata ingenerato da questa specie particolare di tubi: L'aumento di portata è talmente marcato, che una legge del Senato Romano proibiva ai cittadini l'uso di tali doccie per erogar l'acqua dai pubblici riserbatoi.

102) Nel caso che or si considera conviene ancora distinguere attentamente le due bocche, di entrata che è la minore, e di sortita che è la maggiore; allorchè si dice che la portata è aumentata, si intende la portata che sotto il medesimo carico sarebbe data dalla luce minore, cioè da quella d'entrata, se essa fosse scolpita in lastra sottile.

103) Questa specie particolare di doccie venne esperimentata sotto due condizioni distinte; o applicandole semplicemente alla bocca di erogazione, o facendole precedere da una imboccatura avente presso a poco la forma della vena contratta; nel secondo caso la portata viene considerata in rapporto a quella che si avrebbe dalla minima sezione della imboccatura medesima. Nel primo caso si potè anche giungere a raddoppiare la portata pratica della bocca d'entrata, cosicchè se questa portata fosse rappresentata da 1, quella della stessa bocca munita della doccia divergente accennata si può rappresentare con 2. Nel secondo caso un tale rapporto può anche giungere a 2,4. È sempre mestieri che l'efflusso abbia luogo a piena bocca.

Secondo le esperienze del Venturi, la doccia divergente della maggiore portata dovrebbe avere l'imboccatura della forma della vena contratta, essere lunga circa nove volte il diametro della base minore, e colla divergenza di circa 5° 6′; allora la portata sarebbe 2,4 della corrispondente al foro in lastra sottile, ed 1,46 della teorica. Osserva però che le dimensioni della doccia dipendono dal carico sotto il quale avviene l'efflusso.

Tali doccie non sono che rarissime volte impiegate nella pratica, e credo inutile soffermarmi d'avvantaggio intorno alle stesse.

CAPITOLO VI.

Degli stramazzi o scaricatori a fior d'acqua

Articolo I.

Esposizione del fenomeno. Misura della depressione

104) Se nella parte superiore d'una delle pareti verticali di un recipiente aprasi un foro rettangolare libero superiormente, e la cui soglia inferiore sia orizzontale, l'acqua si versa per l'apertura medesima al di sopra di questa soglia nel sottoposto bacino, e l'apertura, come s'è detto, riceve da ciò il nome di *stramazzo* o *scaricatore a fior d'acqua*.

L'andamento della superficie libera presenta in questo caso particolari circostanze, il cui esame non può essere trascurato per le conseguenze che la pratica ne deduce, ed è da questo esame appunto che noi prenderemo le mosse.

105) A meglio studiare il fenomeno, immaginiamo praticate delle sezioni trasversali e longitudinali mediante piani verticali perpendicolari e paralleli all'andamento del filo medio del liquido, e segnate in ciascuno le curve secondo cui essi tagliano la suprema superficie del liquido stesso; allora noi potremo facilmente riscontrare i fatti seguenti.

106) Se lo stramazzo occupa tutta la lunghezza della sponda del recipiente in cui trovasi aperto, di modo che i lati verticali estremi del medesimo non sieno che gli ultimi limiti delle pareti laterali, allora tutte le sezioni trasversali praticate a monte del foro riescono terminate superiormente in linee rette orizzontali; locchè ci dice la superficie libera presentare in tal caso la forma di una superficie cilindrica. Ma se lo stramazzo non occupi che porzione della sponda del recipiente, allora il profilo del fluido nelle vicinanze dell'orificio forma una specie di incavo, che con dolcissima inflessione va combaciando colle

parti laterali della superficie superiore, e non si disegna marcatamente se non se vicinissimo ai bordi verticali dell'orificio. Questa inclinazione, massima ai bordi, diminuisce poi verso il mezzo, dove alcune volte è nulla, essendo terminato il profilo sensibilmente in retta orizzontale per una certa estensione; altre volte invece presenta esso una linea ondulata con uno o più alzamenti uniformemente distribuiti. La figura 15 mette sott'occhio varii casi di profili trasversali osservati.

107) In quanto ai profili longitudinali, essi sono costantemente costituiti da una linea curva continua volgente la concavità al fondo, e che va insensibilmente confondendosi colla retta orizzontale di livello del liquido ad una distanza dall'orificio più o meno grande secondo le varie circostanze. Nulla si può dire intorno alla speciale natura di questa curva (fig. 16).

Il fenomeno di una tale inflessione verso lo sbocco si denomina *chiamata di sbocco*.

108) Ravvicinando quanto si è detto nei due numeri precedenti vedremo, che la superficie libera, che assume l'acqua fluente da uno stramazzo aperto su tutta la larghezza del canale, è una superficie cilindrica volgente la concavità al basso, e che va insensibilmente a confondersi colla superficie piana di livello del liquido. In quanto agli altri casi la superficie libera riesce molto più complicata. Si confonde anch'essa sensibilmente in principio colla naturale superficie piana di livello, ma poi progredisce a mano a mano incavandosi verso il mezzo nel mentre che si volge concava al basso, conservando sempre una doppia curvatura, come sarebbe una porzione della gola di una grande carrucola, che variamente incavata dall'uso potrebbe anche somministrare una grossolana idea del vario ondulamento che in alcuni casi si presenta sulla superficie medesima; lateralmente poi finisce sempre a combaciare colla superficie piana naturale, che lungo le sponde si protrae sempre fino alla parete in cui è scolpita la bocca.

109) Se immaginiamo protratto il piano di livello superiore al punto ove ha principio l'inflessione, fino alla bocca di scarico, la distanza che separa esso piano dalla soglia orizzontale inferiore dello stramazzo dicesi *carico* dello stramazzo mede-

simo. Chiamasi *depressione* la distanza di esso piano dal punto mediamente depresso fra tutti quelli corrispondenti alla linea superiore del profilo trasversale e compresi nella larghezza dello scaricatore; e *altezza* della vena fluente la distanza di quest'ultimo punto dalla soglia inferiore. Se quindi diciamo H il carico, d la depressione, h l'altezza della vena fluida, sarà

$$(1)\quad H = h + d.$$

110) Nel caso in cui lo scaricatore non occupi tutta la larghezza del canale, e quindi che sia curva la linea superiore del profilo di sbocco, converrà procedere alla quadratura di esso profilo, e divisa poi l'area trovata per la larghezza del profilo medesimo, si avrà nel quoto la media altezza della massa fluente. Sembra però che questa medesima altezza differisca generalmente pochissimo da quella che corrisponde naturalmente alla metà dell'orificio, e ciò tanto più quanto essa sarà più grande.

111) La ricerca del rapporto che esiste fra il carico e l'altezza della vena fluente, o fra il carico stesso e la depression media, è una delle più utili della pratica; imperocchè, come vedremo, pel calcolo della portata si addomanda il valore del carico, e si provano assai minori difficoltà a misurare l'altezza della vena fluente nel piano della bocca, di quello sia il carico ad una certa distanza a monte della bocca medesima.

Molti osservatori tentarono la risoluzione di questo problema, e noi ora esporremo le principali conseguenze che si ricavano dalle esperienze di Castel, Poncelet, Eytelwein e Bidone (*).

112) Comincieremo dal riassumere in una tavola alcune delle esperienze del Castel, eseguite sopra scaricatori di varia larghezza, adattati alla sponda di un recipiente che avea di larghezza totale $0^m,74$. Non si è estesa la tavola a tutte le esperienze per ragioni che in seguito vedremo; d'altronde le rimanenti esperienze si troveranno in gran parte in quella del numero 115.

(*) Annales des Ponts et chaussées 1837. Janvier et février. Poncelet et Lesbros, memoria citata. — Memorie della regia Accademia delle scienze di Torino. Tomo 28, 1826.

Larghezza dello scaricatore	Rapporto fra la larghezza dello scaricatore e del canale	d	H	$\frac{d}{H}$	Medio
0,6804	0,9195	0,0142	0,0931	0,1525	0,1547
		0,0120	0,0796	0,1511	
		0,0090	0,0606	0,1485	
		0,0077	0,0501	0,1537	
		0,0063	0,0414	0,1522	
		0,0049	0,0288	0,1702	
0,6001	0,8109	0,0150	0,0991	0,1513	0,1549
		0,0123	0,0809	0,1520	
		0,0092	0,0602	0,1528	
		0,0079	0,0517	0,1528	
		0,0062	0,0388	0,1598	
		0,0050	0,0311	0,1607	
0,5024	0,6789	0,0154	0,0973	0,1583	0,1553
		0,0123	0,0805	0,1528	
		0,0092	0,0607	0,1516	
		0,0079	0,0503	0,1570	
		0,0062	0,0407	0,1523	
		0,0059	0,0313	0,1597	
0,3998	0,5403	0,0182	0,1240	0,1468	0,1607
		0,0160	0,1051	0,1522	
		0,0125	0,0805	0,1553	
		0,0100	0,0598	0,1672	
		0,0079	0,0485	0,1629	
		0,0066	0,0399	0,1654	
		0,0054	0,0308	0,1753	

Osservando la tavola precedente si può conchiudere che, escluso il piccolo carico 0,03 circa, il rapporto fra la depression media e il carico stesso si mantiene costante fino a che la larghezza dello scaricatore non superi i tre quinti circa di quella del canale; che questa costanza, sebbene meno marcata, ha ancora sensibilmente luogo per la larghezza 0,3998, nel qual caso lo scaricatore è circa metà del canale: per cui si può adottare con qualche fiducia la regola seguente.

Quando la larghezza dello scaricatore superi la metà di quella del canale, allora si avrà

$$\frac{d}{H} = 0,155 ,$$

ossia

$$\frac{H-h}{H} = 0,155,$$

donde

$$(1)\quad H = 1,183.h.$$

113) Quando il rapporto fra le due larghezze sia inferiore ad un mezzo, allora i valori di $\frac{d}{H}$ presentano delle forti variazioni; ad es. nelle esperienze del Castel medesimo questo rapporto essendo 0,4056, $\frac{d}{H}$ variò da 0,1246 a 0,1740, già troppo differenti dal medio che è 0,1493: questa variazione si fa ancora più grande progredendo alle altre esperienze in cui quel rapporto si fa di più in più piccolo. Queste istesse conseguenze si ricavano dalle esperienze di Poncelet, Bidone, Eytelwein, e ci obbligano a cercare se potessero esse in qualche modo essere assoggettate ad una regola che ci mettesse in caso di calcolare H, noto essendo h, anche per questi casi. A questo soddisfanno alcune ricerche di Poncelet e Lesbros che ora passo ad esporre.

114) Lo scaricatore cimentato da quest'ultimi sperimentatori avea la larghezza costante di $0^m,20$, quella della sponda essendo $3^m,68$, ed essi rimarcarono che le depressioni osservate da loro si potevano benissimo rappresentare colla formola

$$\{H-h\}\,(H-h-1,8) = 1,319.h$$

esprimendo le quantità tutte in millimetri.

Questa osservazione portò i medesimi a cimentare la formola stessa colle esperienze di Bidone e Eytelwein, e trovarono che i valori di H somministrati dalla medesima si allontanavano di più in più da quelli risultanti dalle osservazioni dirette a misura che la larghezza corrispondente dello scaricatore differiva da quella di 200 millimetri, che essi aveano adottata.

Tentarono allora se fosse stato sufficiente alterare il coefficiente 1,319, ed introdurvi invece una funzione del rapporto della larghezza dello scaricatore l a quella del canale L, cioè una funzione di $\frac{l}{L}$, la quale poi fosse abbastanza semplice da

prestarsi comodamente al calcolo numerico. Si limitarono essi ai casi in cui $\frac{l}{L}$ sia inferiore a 0,3, cioè la larghezza dello scaricatore sia tutto al più il terzo di quella del canale.

Per questi casi trovarono di poter esprimere bene questa costante colla formola

$$0{,}0196\left\{19+\left(100\frac{l}{L}-15{,}5\right)^2\right\},$$

per cui chiamata K quest'ultima quantità, stabilirono fra H ed h la relazione seguente

$$\left\{\frac{H}{h}-1\right\}\left\{H-h-1{,}8\right\}=K.$$

Mediante quest'equazione avremo dunque per determinare H od h

$$(2)\quad K=0{,}0196\left\{19+\left(100\frac{l}{L}-15{,}5\right)^2\right\};$$

$$(3)\quad H=h+0{,}9+\sqrt{Kh+0{,}81}$$

oppure

$$(4)\quad h=H+\frac{1}{2}K-0{,}9+\sqrt{K\left(\frac{1}{2}K+H-0{,}9\right)+0{,}81}.$$

In tutte queste formole le quantità sono esposte in millimetri.

Esemp. Si domanda il carico effettivo di efflusso in uno scaricatore, per cui si ha

$$\frac{l}{L}=0{,}125;\quad h=382{,}77.$$

La (2) porgerà

$$K=0{,}0196\left\{19+(12{,}5-15{,}5)^2\right\}=0{,}5488,$$

quindi $\quad K.h=0{,}5488\times 382{,}77=210{,}06$

$$H=382{,}77+0{,}9+\sqrt{210{,}87}=398{,}19.$$

L'esperienza avea somministrato $H=392{,}50$, che non differisce nemmeno di sei millimetri dalla superiore.

115) Vediamo ora il confronto di queste formole colla esperienza. Questo confronto è fatto appunto nella tavola seguente, dove trovansi registrate le migliori esperienze in proposito.

Osservatore	Dati dell'osservazione				Risultamenti del calcolo		Differenze proporzionali dei valori di $\frac{H}{h}$
	$\frac{l}{L}$	h	H	$\frac{H}{h}$	H	$\frac{H}{h}$	
		mill.	mill.		mill.		
Poncelet e Lesbros	0,05435	200,00	217,00	1,0850	217,16	1,0858	+ 0,0007
		164,40	180,30	1,0967	180,05	1,0952	— 0,0014
		117,70	131,40	1,1164	131,09	1,1137	— 0,0024
		100,00	112,00	1,1200	112,42	1,1242	+ 0,0037
		62,19	72,20	1,1610	72,19	1,1608	— 0,0002
		22,59	29,00	1,2837	29,02	1,2846	+ 0,0007
Bidone	0,1205	159,60	169,19	1,0600	167,90	1,0520	— 0,0076
		81,21	87,98	1,0833	87,43	1,0766	— 0,0063
Eytelwein	0,1250	382,77	392,50	1,0254	398,19	1,0403	+ 0,0062
Castel	0,13565	207,4	220,3	1,0622	218,0	1,0511	— 0,0100
		187,0	198,7	1,0626	197,1	1,0540	— 0,0081
		169,5	180,2	1,0631	179,1	1,0567	— 0,0061
		148,9	158,7	1,0669	158,0	1,0611	— 0,0054
		129,5	138,7	1,0710	138,1	1,0664	— 0,0043
		111,2	119,9	1,0782	119,4	1,0737	— 0,0042
		92,4	100,5	1,0875	99,8	1,0801	— 0,0068
		72,3	79,8	1,1037	79,0	1,0927	— 0,0099
		53,9	60,7	1,1262	59,8	1,1100	— 0,0144
		44,3	50,6	1,1422	49,7	1,1220	— 0,0177
		36,9	42,5	1,1517	42,0	1,1383	— 0,0116
		25,3	30,2	1,1937	29,7	1,1740	— 0,0165
Eytelwein	0,2080	267,84	282,60	1,0551	280,53	1,0474	— 0,0073
Bidone	0,2656	88,56	100,84	1,1386	101,21	1,1428	+ 0,0037
Castel	0,2695	186,7	206,8	1,1076	211,0	1,1301	+ 0,0203
		144,5	159,5	1,1037	166,0	1,1488	+ 0,0409
		87,7	99,6	1,1357	104,6	1,1928	+ 0,0503
		43,8	51,5	1,1759	56,1	1,2808	+ 0,0892
Eytelwein	0,2920	202,53	226,08	1,1163	224,87	1,1103	— 0,0054
	0,3750	164,22	187,14	1,1396	195,23	1,1888	— 0,0432

Osservando la tavola superiore si scorge che le formole accennate concordano assai bene colle esperienze fino a che il rapporto fra la larghezza dello scaricatore e quella del canale è inferiore ad un quarto; al di là di questo limite cominciano

a discostarsi sensibilmente, e non potrebbero essere adoperate senza condurre a degli errori troppo sensibili. I sullodati autori vollero spingerle fino al punto in cui la larghezza dello scaricatore sia un terzo di quella del canale; ma dopo le esperienze di Castel riportate nella tavola superiore si scorge ciò non essere ammissibile.

Tra la regola del num. 112 e quest'ultima resta ancora un vacuo da riempiere, è quello corrispondente a larghezze di scaricatore comprese fra un quarto e la metà di quella del canale; ma troppo poche esperienze si hanno in proposito per poterle combinare a darci una qualche regola, che è mestieri attender dal tempo e da nuove esperienze.

116) Dopo quanto abbiam detto non posso però dispensarmi dal far avvertire che, per quanto soddisfacente sia l'accordo delle regole superiori coi dati dell'osservazione, esse sono dedotte da un piccolo numero di esperienze, e quindi non si devono considerare fino ad ora che come formole empiriche, proprie a rappresentare i risultamenti con un grado di esattezza ragionevole, e nulla più.

117) In quanto poi alla lunghezza dell'inflessione, ossia alla distanza che separa lo scaricatore dal punto ove comincia a rendersi sensibile la depressione della superficie di livello, risulta dalle esperienze principalmente del Castel

1.° Che questa lunghezza cresce al crescere del carico effettivo per una medesima larghezza di scaricatore, come si può facilmente scorgere nella tabella seguente.

Larghezza dello scaricatore	Carico	Lunghezza della inflessione
0,1004	0,2404	0,345
	0,1199	0,250
	0,0322	0,150
0,1994	0,2068	0,417
	0,1195	0,350
	0,0303	0,150
0,3002	0,1380	0,417
	0,1205	0,300
	0,0316	0,200
0,5024	0,0973	0,345
	0,0313	0,200
0,6804	0,0931	0,417
	0,0288	0,150

2.° Che cresce pure al crescere della larghezza dello scaricatore, rimanendo costante il carico, locchè pure è comprovato dalla tavola superiore.

3.° Che essa non fu mai maggiore di $0^m,50$, sebbene la portata alcune volte sia stata anche di litri 37,48.

Le esperienze del Bidone vanno d'accordo colle superiori conclusioni, ma quelle del Poncelet e Lesbros darebbero invece crescente la lunghezza dell'inflessione al diminuire del carico; queste però sono troppo poche in confronto di quelle del Castel per poter abbattere le conseguenze superiori, alle quali almeno per ora dovremo invece attenersi.

Da tutte insieme risulta che ad un metro o un metro e mezzo al più di distanza dallo scaricatore, non si potrà mai temere inflessione sensibile.

118) Volendo procedere alla diretta misura del carico H, dovrà questa prendersi ad una distanza dallo scaricatore tanto più grande quanto è maggiore la sua portata, e ciò si farà mediante un'esattissima livellazione.

In pratica torna più comodo l'uso del tubo ricurvo del Bidone. Consiste questo tubo in una specie di sifone ripiegantesi

ad angolo retto. Si immerge uno dei lati orizzontalmente nella vena liquida fluente, e si osserva l'altezza a cui si pone l'acqua nell'altro ramo che riesce verticale. Dalle esperienze di Bidone risulta che l'acqua in esso si pone al medesimo livello che ha nel recipiente e nel luogo ove si trova stagnante. Misurando allora la distanza della superficie liquida nel ramo verticale del sifone alla soglia inferiore dello stramazzo, si avrà in questa lunghezza il valore cercato del carico H.

In pratica credo però sufficiente misurare h, e quindi calcolare H colle regole date in principio. L'operazione allora riesce semplicissima.

Articolo II.

Calcolo della portata.

119) È mestieri che noi imprendiamo dapprima la ricerca di una formola che si possa opportunamente prestare al calcolo della portata, almeno in maniera che le regole da adottarsi nella pratica sieno le più semplici possibili che il caso che si considera sia per permettere.

A quest'uopo sia (fig. 16) AB la parete nella quale trovasi aperto lo scaricatore, A la soglia inferiore del medesimo, $LL'M$ l'andamento della superficie libera. L'inflessione cominci in L, e sia $L'LN$ il piano orizzontale condotto in continuazione del piano di livello; sarà allora $AN=H$, $AM=h$, $MN=d$.

Un teorema di meccanica ci dice che un corpo grave percorrendo un arco di curva qualunque acquista la stessa velocità che avrebbe acquistato discendendo da un'altezza eguale alla distanza verticale che separa il punto di partenza dal punto di arrivo. In virtù di questa legge le molecole liquide che percorrono la curva LM giunte in M hanno acquistata la stessa velocità come se fossero discese dall'altezza NM, e quindi si trovano nel caso di quelle che fluirebbero da M se il foro fosse aperto da A in M, e al di sopra di M continuandosi la parete il liquido insistesse fino in N, cioè avvenisse l'efflusso

sotto il battente NM; lo stesso potendosi dire di tutte le altre molecole comprese fra M ed A, se ne deduce che la portata dovrebbe eguagliare quella che si ottiene da foro rettangolare della medesima larghezza dello scaricatore, di altezza h e con battente $H-h$. Ciò guida alla formola (num. 53)

$$(1)\quad Q=\frac{2}{3}mL.\sqrt{2g}\{H\sqrt{H}-(H-h)\sqrt{H-h}\},$$

dove L rappresenta la larghezza dello scaricatore.

Quantunque sembri naturale l'andamento seguito nello stabilire la formola superiore, pure l'esperienza, come tosto vedremo, ha dimostrato che il fatto si accorda maggiormente colla supposizione che il liquido fluisca come da foro aperto da A in N con battente nullo. Allora si ha $H-h=0$, e quindi

$$(2)\quad Q=\frac{2}{3}mL.H.\sqrt{2g.H}.$$

120) Interroghiamo ora l'esperienza per vedere quale delle due formole superiori debbasi preferire.

Queste formole non differendo fra loro che per la funzione del carico, che è $H^{\frac{3}{2}}$ nell'una, $H^{\frac{3}{2}}-(H-h)^{\frac{3}{2}}$ nell'altra; convien rintracciare quale di queste due funzioni segua più davvicino i rapporti di Q nelle sue variazioni, e quella si dovrà preferire, in cui una tale proporzionalità meno si scosti da quella somministrata dai valori della portata reale. Un tale confronto trovasi fatto nelle tavole seguenti, le quali decidono pienamente la questione in favore della formola seconda, che fortunatamente è eziandio la più semplice.

Tavola I.

Esperienze di Poncelet e Lesbros

La larghezza dello scaricatore era 0,20, quella del canale 3,68; si sono presi per unità i valori corrispondenti al carico 0,0605

H	h	Serie dei valori di		
		Q	$H^{\frac{3}{2}}$	$H^{\frac{3}{2}}-(H-h)^{\frac{3}{2}}$
metr.	metr.			
0,2079	0,1912	6,19	6,37	6,61
0,1631	0,1478	4,34	4,43	4,56
0,1029	0,0909	2,18	2,22	2,26
0,0605	0,0514	1	1	1
0,0446	0,0368	0,64	0,63	0,62
0,0235	0,0176	0,25	0,24	0,22

Tavola II.

Esperienze di Castel

La larghezza del canale era 0,74; si sono presi per unità i valori corrispondenti al carico 0,08

H	Serie delle portate Q, la larghezza L essendo							Serie dei valori di	
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,68	$H^{\frac{3}{2}}$	$H^{\frac{3}{2}}-(H-h)^{\frac{3}{2}}$
met.									
0,24	5,22							5,20	5,26
0,22	4,58							4,56	4,63
0,20	3,96	3,96						3,95	4,01
0,18	3,38	3,38						3,38	3,42
0,16	2,83	2,83						2,83	2,87
0,14	2,31	2,31	2,31					2,31	2,34
0,12	1,83	1,83	1,83	1,84				1,84	1,86
0,10	1,39	1,39	1,40	1,40	1,40	1,40	1,40	1,40	1,41
0,08	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,06	0,652	0,659	0,655	0,652	0,649	0,650	0,646	0,650	0,643
0,05	0,498	0,508	0,503	0,499	0,495	0,494	0,498	0,494	0,486
0,04	0,361	0,368	0,364	0,360	0,356	0,354	0,353	0,354	0,345
0,03	0,239	0,241	0,239	0,236	0,232	0,232	0,231	0,230	0,221

TAVOLA III.

Esperienze di Bidone

La larghezza dello scaricatore eguagliava quella del canale, ed era 0,6429; si sono presi per unità i valori corrispondenti al carico 0,1151

H	h	Serie dei valori di		
		Q	$H^{\frac{3}{2}}$	$H^{\frac{3}{2}}-(H-h)^{\frac{3}{2}}$
metr.	metr.			
0,1964	0,03497	2,240	2,228	2,290
0,1692	0,0395	1,718	1,783	1,758
0,1489	0,0316	1,471	1,472	0,866
0,1151	0,0248	1,00	1,00	1,00
0,0947	0,0192	0,719	0,747	0,755
0,0744	0,0135	0,508	0,520	0,533

121) Il paragone istituito nelle tavole precedenti, specialmente quello delle accuratissime esperienze di Castel, mostra chiaramente che Q è più proporzionale ad $H^{\frac{3}{2}}$ che ad $H^{\frac{3}{2}}-(H-h)^{\frac{3}{2}}$, e che quindi la formola

$$Q=\frac{2}{3}mLH\sqrt{H.2g}$$

soddisfa meglio alle esperienze, e sarà perciò da noi costantemente adottata in tale ricerca.

122) Dobbiamo ora rintracciare i valori del coefficiente di riduzione m pei varii casi che si possono presentare nella pratica.

Per maggiore chiarezza comincieremo intanto a dividere tutti questi casi in due classi: 1.° quando lo scaricatore occupi tutta la larghezza del canale; 2.° quando esso non ne occupi che una porzione soltanto.

123) Nel primo caso il coefficiente m è di una costanza rimarcabilissima. Ciò si scorge facilmente nella seguente tavola tratta dalle esperienze di Castel.

Larghezza del canale 0,74		Larghezza del canale 0,36	
H	m	H	m
met.		met.	
0,08	0,662	0,10	0,684
0,06	0,662	0,08	0,672
0,05	0,662	0,06	0,669
0,04	0,662	0,05	0,667
0,03	0,663	0,04	0,668
		0,03	0,670

Il medio di questi coefficienti è 0,665, e tale sarà quindi il valore di m da adoperarsi in tal caso; la portata si avrà allora dalla formola

$$Q = 0,665 . \frac{2}{3} L . H . \sqrt{2 g . H},$$

ossia

$$Q = 1,963 . L H . \sqrt{H}.$$

124) Veniamo ora alla ricerca dei valori di m per quei casi in cui la larghezza dello scaricatore sia più piccola della larghezza della parete in cui trovasi scolpito.

A quest'uopo riporto qui due tavole dedotte pure dalle esperienze di Castel, e nelle quali si sono notati i valori dei coefficienti di riduzione corrispondenti a determinati carichi e a determinate larghezze di scaricatore.

Tavola I.

La larghezza del canale è 0,74.

Carico	Coefficienti, la larghezza dello scaricatore essendo										
	0,68	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01
met.											
0,24							0,595	0,615		0,639	
0,22							0,594	0,614		0,639	
0,20						0,596	0,594	0,614	0,629	0,640	0,670
0,18						0,595	0,594	0,613	0,628	0,641	0,672
0,16						0,595	0,592	0,613	0,628	0,642	0,674
0,14					0,603	0,593	0,592	0,612	0,628	0,643	0,675
0,12				0,621	0,604	0,592	0,591	0,612	0,628	0,645	0,678
0,10	0,657	0,644	0,631	0,621	0,604	0,593	0,591	0,612	0,627	0,648	0,687
0,08	0,656	0,644	0,632	0,620	0,606	0,595	0,592	0,612	0,627	0,652	0,698
0,06	0,656	0,645	0,632	0,622	0,610	0,604	0,595	0,612	0,628	0,658	0,713
0,05	0,656	0,644	0,633	0,626	0,616	0,611	0,597	0,613	0,629	0,663	
0,04	0,656	0,645	0,636	0,632	0,623	0,619	0,604	0,614		0,669	
0,03	0,660	0,651	0,642	0,636	0,631	0,624	0,618				

Tavola II.

La larghezza del canale è 0,36.

Carico	Coefficienti, la larghezza dello scaricatore essendo								
	0,30	0,20	0,10	0,092	0,079	0,05	0,03	0,02	0,01
met.									
0,24			0,619			0,624	0,629	0,647	0,666
0,22			0,615	0,613	0,617	0,620	0,627	0,646	
0,20			0,611	0,608	0,644	0,618	0,626	0,645	0,667
0,18		0,633	0,608	0,606	0,610	0,616	0,626	0,644	
0,16		0,628	0,605	0,603	0,608	0,615	0,625	0,644	0,668
0,14	0,678	0,624	0,603	0,601	0,605	0,614	0,624	0,644	
0,12	0,666	0,620	0,600	0,599	0,603	0,614	0,623	0,646	0,674
0,10	0,656	0,617	0,598	0,598	0,600	0,614	0,624	0,648	
0,08	0,652	0,616	0,599	0,597	0,599	0,613	0,624	0,654	
0,06	0,652	0,617	0,600	0,597	0,600	0,613	0,626		
0,05	0,653	0,620	0,605	0,604		0,614			
0,04	0,653	0,624	0,613	0,611		0,613			
0,03	0,665	0,632	0,628	0,925					

125) Esaminando attentamente le due tabelle precedenti noi vedremo facilmente 1.° che i coefficienti di una medesima colonna verticale a mano a mano che il carico diminuisce decrescono, ma però solo fino ad un certo punto, oltre il quale vanno invece crescendo: questo punto di minimo valore dei coefficienti di ciascuna colonna corrisponde circa ad un carico medio di $0^m,10$. 2.° Confrontando i coefficienti che corrispondono ad un medesimo carico, ma a differenti larghezze dello scaricatore, si vedranno pur essi decrescere a mano a mano col diminuire della larghezza fino a che questa diventa circa un terzo di quella del canale, e oltre a questo punto andare invece crescendo, di modo che anche le linee orizzontali presentano un valor minimo corrispondente alla larghezza accennata dello scaricatore.

Ne conchiuderemo, che siccome così le linee verticali come le orizzontali presentano un minimo, così si troverà un valor minimo assoluto, il quale appunto corrisponde a larghezza di scaricatore eguale circa ad un terzo di quella del canale, ed a carico medio $0^m,10$; di più, come avviene delle quantità tutte nella loro vicinanza al minimo, intorno a questo punto i coefficienti variano pochissimo; così per es. nella tavola prima dalla larghezza 0,30 a quella 0,05 e dal carico 0,12 a 0,06 i coefficienti non variano che da 0,612 a 0,591; e ciò maggiormente si scorgerà nella tavola seconda, dove dalla larghezza 0,10 alla 0,079, dal carico 0,14 al 0,06 non variano essi che da 0,605 a 0,597.

Potremo quindi stabilire la regola, che in tutti i casi in cui la larghezza dello scaricatore sia circa un terzo di quella del canale, e il carico circa $0^m,10$, si potrà assumere $m=0,60$, medio dei superiori, e quindi potersi adottare la formola

$$Q=\frac{2}{3}0,6.L.H.\sqrt{2g.H},$$

ossia

$$Q=1,772.L.H.\sqrt{H}.$$

126) La considerazione dell'andamento presentato dai coefficienti di riduzione corrispondenti a varie larghezze di scaricatore ci conduce pure naturalmente ad un'altra importantis-

sima osservazione. Siccome per uno stesso carico i coefficienti diminuiscono fino ad un certo punto, oltre il quale vanno invece gradatamente aumentando, così si scorge che le portate decrescono prima più rapidamente, e quindi meno di quello che decrescano le larghezze dello scaricatore, di modo che le portate non possono essere proporzionali alla larghezza dello scaricatore, come vorrebbe la formola.

Questa conseguenza è chiaramente dimostrata dalla tavola seguente, desunta pure dalle esperienze del Castel.

Carico	Rapporti delle portate, le larghezze dello scaricatore essendo come i numeri						
	1	2	3	4	5	6	6,8
met.							
0,10	1,00	2,01	3,07	4,21	5,35	6,54	7,56
0,08	1,00	2,01	3,07	4,19	5,34	6,52	7,53
0,06	1,00	2,03	3,08	4,19	5,31	6,50	7,49

Si scorge in essa che le portate vanno crescendo in proporzione molto maggiore di quella secondo cui cresce la larghezza dello scaricatore.

Sotto un tale riguardo non è dunque giusta la supposizione fatta che Q sia proporzionale ad L, e dovrebbesi, propriamente parlando, abbandonare la formola. Se non che, in mancanza di meglio, si cerca invece giungere allo scopo con opportuni valori del coefficiente di riduzione, come ora vedremo.

127) Per ciò fare, e per ridurre l'infinito numero di casi al minor numero possibile di regole, cominceremo dal rimarcare che, sebbene il valore di quel coefficiente varii al variare della larghezza, pure sembra dalle esperienze del Castel che rimanga esso costante per qualunque larghezza di scaricatore quando il rapporto fra questa larghezza e quella del canale non varii, e sia superiore ad un quarto. Questo fatto importante è indicato dalla tavola seguente, dove son messi a confronto i coefficienti relativi ad un medesimo valore dell'accennato rapporto, nei due canali intorno a' quali s'aggirarono le esperienze.

TAVOLA *A*

Rapporto delle larghezze	Coefficienti pel canale		Coefficiente medio
	0,74	0,36	
1,00	0,662	0,667	0,665
0,90	0,656	0,659	0,657
0,80	0,644	0,648	0,646
0,70	0,635	0,635	0,635
0,60	0,626	0,623	0,624
0,50	0,617	0,613	0,615
0,40	0,607	0,609	0,608
0,30	0,598	0,600	0,599
0,25	0,595	0,598	0,596

Sebbene le esperienze non siensi eseguite che sovra due canali soltanto, e quindi possano sembrare troppo poche per mettere fuor d'ogni dubbio il fatto accennato; pure esso è così marcato nelle medesime da meritare una qualche fiducia, e da poter essere adottato nella pratica.

Ne discende che quando il rapporto fra la larghezza dello scaricatore e quella del canale sia superiore ad un quarto, allora basterà entrare con questo rapporto nella prima colonna della tavola superiore, e si avrà nella quarta il coefficiente di riduzione da adoperarsi in quel caso.

128) Quando la larghezza dello scaricatore è inferiore ad un quarto di quella del canale, allora la larghezza di quest'ultimo non ha più alcuna influenza, ed ogni larghezza assoluta di scaricatore ha il suo proprio coefficiente di riduzione.

Pel caso in cui la larghezza dello scaricatore sia vicina a $0^m,20$ potranno benissimo servire le esperienze di Poncelet e Lesbros, dalle quali ricavo la tavola *B*; per larghezze inferiori servirà invece la tavola *C* dedotta dalle esperienze di Castel.

Ho escluso in quest'ultima i carichi inferiori a $0^m,06$, perchè molte irregolarità che si presentano in questi casi rendono prudente il consiglio di non adottare nella pratica carichi così piccoli.

TAVOLA *B*

Larghezza dello scaricatore 0,20

Carico *H*	Coefficiente *m*	Carico *H*	Coefficiente *m*	Carico *H*	Coefficiente *m*
0,02	0,625	0,09	0,594	0,16	0,587
0,03	0,618	0,10	0,592	0,17	0,587
0,04	0,610	0,11	0,591	0,18	0,586
0,05	0,606	0,12	0,591	0,19	0,586
0,06	0,601	0,13	0,591	0,20	0,585
0,07	0,597	0,14	0,587	0,21	0,582
0,08	0,595	0,15	0,587	0,22	0,579

TAVOLA *C*

Carico	Coefficienti relativi a larghezze di scaricatore di				
	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01
0,06	0,595	0,612	0,627	0,658	0,713
0,08	0,592	0,612	0,625	0,653	0,698
0,10	0,591	0,613	0,625	0,648	0,687
0,12	0,591	0,613	0,625	0,645	0,676
0,14	0,592	0,613	0,626	0,644	0,675
0,16	0,592	0,614	0,626	0,643	0,672
0,18	0,594	0,614	0,627	0,642	0,672
0,20	0,594	0,616	0,627	0,642	0,668
0,22	0,594	0,617	0,627	0,642	0,667
0,24	0,595	0,618	0,629	0,642	0,666

129) Riassumendo quanto abbiam detto fin qui, nel calcolo della portata degli scaricatori o stramazzi, si possono ridurre tutti i casi possibili alle quattro serie seguenti.

1.° Quando la larghezza dello scaricatore eguaglia quella del canale. Allora è $m = 0,665$ (num. 123).

2.° Quando questa larghezza è circa un terzo di quella del canale, e il carico circa $0^m,10$. Allora è $m = 0,6$ (num. 125).

3.° Allorchè questa larghezza è maggiore del quarto di quella del canale. Allora si cercherà il rapporto fra la larghezza dello scaricatore e quella del canale, e con questo numero si entrerà nella prima colonna della tavola *A*, e si avrà nella quarta il coefficiente *m* che compete a quel caso (num. 127).

4.° Finalmente quando la larghezza dello scaricatore sia minore del quarto di quella del canale. In questi casi si entrerà o nella tavola *B* o nella *C* secondo le larghezze di scaricatore che si considerano, e si troveranno in esse i valori corrispondenti del coefficiente di riduzione (num. 128).

130) Prima di chiudere questa ricerca è qui mestieri dar luogo ad una importantissima osservazione.

Quando si misuri esattamente il carico *H*, cioè l'altezza verticale dell'acqua sulla soglia dello scaricatore, e presa in tal punto dove la superficie suprema del liquido sia orizzontale, è certo non doversi temere influenza alcuna dalla velocità che l'acqua acquista nell'interno del canale, attesa la chiamata dello scaricatore; ed infatti non può essere l'acqua che sensibilmente stagnante là dove la superficie libera sia sensibilmente orizzontale. La formola data dovrebbe esser dunque applicabile a qualunque ampiezza di scaricatore, purchè il carico *H* fosse misurato a dovere. Le forti variazioni nel coefficiente di riduzione allorchè la sezione dello scaricatore sia superiore ad un quinto di quella del canale, han fatto pensare che fosse d'uopo tener conto in tal caso della sensibile velocità con cui l'acqua scorre nel canale medesimo, e che il carico *H* si dovesse aumentare dell'altezza dovuta a questa velocità, cosicchè, detta *w* la velocità nell'interno del canale, il carico effettivo diverrebbe

$$H + \frac{w^2}{2g},$$

e quindi la formola della portata

$$Q = \frac{2}{3} m L H \sqrt{2gH + w^2}.$$

Come era facile prevedere, la correzione arrecata alla formola non corresse i coefficienti. La chiamata di sbocco si stenderà a grandissima distanza, ma il carico *H* ingenererà

egli la velocità richiesta, nè si vede perchè debba questo aumentarsi di tutta l'altezza cui è dovuta una tale velocità. Le misure prese per H saranno state allora troppo piccole, forse i mezzi adoperati non esattissimi; ma se H è giusto, la grande variabilità dei coefficienti di riduzione non fa che dire che la formola poggia su fondamenti non certi, e che non può essere adoperata con sicurezza se non pei casi in cui la sezione dello scaricatore sia inferiore ad un quinto di quella del canale.

131) Sorge allora naturalmente la domanda, come regolarsi negli altri casi, come procedere se lo scaricatore è applicato ad un canale dove l'acqua sia dotata per naturale pendenza di una certa velocità che non sia permesso di trascurare?

A tale domanda mi sembra potersi dare una soddisfacente risposta. Considerando l'acqua che si muove nell'interno del canale a molta distanza dallo scaricatore, troveremo il suo moto essere per lungo tratto uniforme, e non riscontreremo marcata accelerazione se non nelle vicinanze dello scaricatore medesimo. Alcune esperienze del Bidone mettono questo fatto fuor d'ogni dubbio: un galleggiante lasciato in balía della corrente percorse spazii eguali in tempi eguali per lungo tratto, e soltanto vicino allo scaricatore il suo movimento si fece accelerato, e lo spazio nel quale comparve l'accelerazione fu tanto più piccolo quanto era minore il carico misurato, oppure l'altezza della lamina fluida. Dietro ciò noi potremo dividere col pensiero la velocità posseduta dall'acqua al luogo di efflusso in due parti, quella del moto uniforme, quella del moto accelerato nell'ultima porzione. Misurando allora la distanza che separa la soglia inferiore dal punto della superficie ove l'accelerazione principia, avremo in questa quantità quella porzione del carico cui è dovuta l'accelerazione medesima, e nell'altezza corrispondente alla velocità del moto uniforme l'altra porzione del carico totale, che eguaglierà la somma delle due quantità ora accennate. Detta H la prima, v la velocità del moto uniforme, sarà

$$H + \frac{v^2}{2g}$$

il carico, e quindi

$$Q = \frac{2}{3} m L H \sqrt{2 g H + v^2}$$

la formola richiesta.

Sembra che per adottare il coefficiente di Castel riportato in seguito, la velocità v debba essere quella in superficie, e allora v dovrà essere misurata direttamente con un galleggiante, come altrove indicheremo.

Se però il canale è rettangolare, allora la velocità media sarà evidentemente

$$\frac{Q}{L(H+a)},$$

essendo a l'altezza dello scaricatore sul fondo del canale; e la velocità superficiale, che dietro le esperienze del Dubuat è circa di un quarto più forte della media, sarà

$$v = \frac{1,25 . Q}{L(H+a)}.$$

In tal caso avremo

$$Q = \frac{2}{3} m L H \sqrt{2 g H + \frac{1,56 . g^2}{L^2 (H+a)^2}},$$

da cui

$$Q = \frac{2}{3} m \frac{L . H . \sqrt{2 g H}}{\sqrt{\left\{1 - 0,693\, m^2 \left(\frac{H}{H+a}\right)^2\right\}}}.$$

132) In quanto al valore del coefficiente m di riduzione, sembra potersi ritenere, secondo alcune esperienze del Castel, essere 0,652, e questo numero sarà pure ammesso da noi, ricordando però sempre che la questione ha bisogno di lume maggiore e di esperienze unicamente istituite a questo scopo.

CAPITOLO VII.

Efflusso impedito

133) In tutte le ricerche istituite fin ora si ammise costantemente che l'efflusso dell'acqua avvenisse liberamente nel-

l'aria, ossia, come comunemente si dice, a libera cascata. Questo però non sempre si riscontra, e spessissime volte l'acqua fluente è impedita nel suo libero moto da ostacoli nei quali si imbatte al suo sortir dalla bocca, e che arrecano un'influenza più o meno sensibile sulla portata. Si dice allora essere l'*efflusso impedito*.

134) Gli ostacoli che più comunemente s'incontrano nella pratica sono, quello presentato dall'acqua fluita che rigurgitata sulla bocca la copre o in tutto o in parte, e la presenza di una doccia o canale che riceve l'acqua fluente per condurla ad un luogo determinato.

L'influenza prodotta sull'efflusso da queste due specie di impedimenti sarà ora da noi partitamente considerata.

Articolo I.

Efflusso impedito dall'acqua che rigurgita sulla bocca (Bocca rigurgitata)

135) Qui ci conviene attentamente distinguere due casi: 1.° quando il livello dell'acqua a valle della bocca sia più alto che lo spigolo superiore della bocca medesima, cosicchè l'orificio sia intieramente sommerso; 2.° quando l'acqua a valle non copre che porzione della bocca, lasciando l'altra intieramente scoperta.

136) Sia (fig. 17) nel primo caso AB la parete in cui trovasi aperto l'orificio, LA il livello dell'acqua a monte, CL' a valle dell'orificio medesimo, e finalmente de rappresenti questo orificio.

Si consideri una molecola n di liquido situata in un punto qualunque del foro; essa sarà premuta dall'indentro all'infuori con un carico An, e dall'infuori all'indentro con un carico Cn, cosicchè sarà definitivamente sollecitata al moto da un carico effettivo eguale ad $An - Cn$, cioè alla differenza di livello fra le due superficie supreme dell'acqua a monte e a valle della bocca d'efflusso. Le stesse considerazioni replicate per tutte le molecole comprese nella sezione del foro ci por-

tano a conchiudere, che tutte queste molecole sortiranno con eguale velocità, la quale sarà dovuta ad un carico eguale alla differenza di livello accennata. Detta quindi H quest'ultima quantità, S la sezione del foro, Q la portata, m il coefficiente di riduzione, sarà

$$(1)\ Q = m\,S.\sqrt{2g.H}.$$

137) Ora il coefficiente m ha in questo caso lo stesso valore come allora che l'efflusso si fa liberamente nell'atmosfera? in altre parole, la vena fluida si contrae essa egualmente nell'aria e nell'acqua?

Sono circa cent'anni che Daniele Bernoully rispose affermativamente ad una tale domanda. Avendo preso un vaso cilindrico avente un orificio nel fondo, e riempiutolo poscia di liquido, rimarcò che la superficie fluida si abbassava di una medesima quantità in un tempo determinato, sia che dall'orificio fluisse il liquido nell'aria, sia che sgorgasse invece in un'acqua tranquilla. Altre esperienze del prof. Sereni (*) di Roma confermano pure questo fatto; imperocchè non ebbe a rimarcar differenza sensibile nella quantità dell'efflusso quando i tubi addizionali delle sue esperienze sgorgavano nell'aria, su quella ottenuta quando si trovavano immersi in un'acqua tranquilla. Molte esperienze per ultimo eseguite sopra i fori delle porte de' sostegni di navigazione indicano una portata presso a poco eguale ne' due casi contemplati. Cosicchè potremo con sufficiente fiducia attenersi all'opinione de' pratici, che stabilisce essere il coefficiente di riduzione il medesimo tanto per le bocche rigurgitate come per le libere, e adoprare anche nel caso che ora si considera i coefficienti ordinarii che abbiamo superiormente determinati.

138) Quando la bocca di efflusso non sia rigurgitata che in parte, allora si accostuma spartire la quantità totale dell'efflusso in due: la prima quella che spetta alla parte rigurgitata, e che si calcola come si è detto superiormente; l'altra quella dovuta alla porzione libera, che viene calcolata come si pratica per le bocche liberamente fluenti.

(*) Sul moto dell'acqua pei tubi. Roma 1843.

Allora se è h l'altezza dell'acqua sulla soglia superiore della bocca supposta rettangolare e di larghezza L, a l'altezza della medesima, h_1 l'altezza dell'acqua sulla soglia inferiore a valle dell'orificio, si avrà la portata Q dalla formola

$$Q = mLh_1\sqrt{2g(h+a-h_1)}$$
$$+ m_1 L(a-h_1)\sqrt{2g\left\{h+\frac{1}{2}(a-h_1)\right\}}.$$

Se poi la bocca fosse uno scaricatore, di cui H fosse il carico sulla soglia inferiore, L la larghezza, h_1 l'altezza dell'acqua a valle pure sulla soglia inferiore, si avrebbe allora

$$Q = mLh_1\sqrt{2g(H-h_1)} + \frac{2}{3}m_1 L(H-h_1)\sqrt{2g(H-h_1)}$$

dove per m converrebbe adoperare il coefficiente relativo desunto dalle tavole pegli orificii, per m_1 quello corrispondente agli scaricatori.

139) Non convien qui dissimulare che quest'ultime regole date sentono un po' troppo dell'ipotetico, e che non devono essere adottate che in mancanza di meglio e fino a che l'esperienza non abbia somministrato formole che sieno in maggiore accordo col fatto.

Articolo II.

Effusso impedito dalla presenza di una doccia o canale che riceve l'acqua, che sorte dalla bocca, per condurla ad un luogo determinato

140) Spesse fiate, specialmente nelle arti industriali, l'acqua al sortire dall'orificio o dallo scaricatore è ricevuta in un canale rettangolare aperto superiormente, il quale è destinato a condurla nel luogo ove vuolsi utilizzare. È della massima importanza il vedere se l'aggiunta di questo canale alteri o no la portata dei fori ai quali trovasi applicato.

Bossut, in seguito ad alcune esperienze da lui però non riportate, afferma che all'estremità inferiore del canale si riceve la stessa quantità di acqua di quella che sortirebbe dal foro

di alimentazione se il canale fosse tolto; e questo fatto, senza però procurarsi alcuna verificazione, venne pure ammesso dal Dubuat pel caso di un orificio non ricoperto dall'acqua del canale. Allo scopo di verificare una tale conseguenza i sig. Poncelet e Lesbros istituirono una numerosa serie di esperienze, dalle quali risultò che essa non era assolutamente vera, e che quindi facea d'uopo determinare gli opportuni coefficienti di riduzione da adottarsi nei varii casi che si possono presentare nella pratica. I risultamenti delle esperienze da loro eseguite non furono ancora resi di pubblico diritto, e noi siamo obbligati a prendere i pochi dati che si trovano registrati nelle tavole riportate nell'idraulica del d'Aubuisson e nel manuale del Morin, che sembrano comunicati ai medesimi autori dallo stesso sig. Lesbros. Comincieremo dagli orificii.

141) Il canale venne cimentato in varie posizioni. Fu collocato in primo luogo di maniera che il suo fondo costituiva il prolungamento della soglia inferiore dell'orificio, soglia che trovavasi elevata di $0^m,54$ sopra il fondo del recipiente alimentatore; nelle tavole seguenti è indicata colla lettera *a* una tale posizione. In secondo luogo venne portato il foro sul fondo del recipiente, e il fondo del canale era continuazione di quello del recipiente medesimo; questa seconda collocazione del canale è indicata colla lettera *b*. In amendue questi casi le sponde verticali del foro erano molto discoste dalle pareti del recipiente. In terzo luogo, tenendo sempre il foro al fondo e il fondo del canale continuazione di quello del recipiente, venne ravvicinato ad una parete; è la posizione segnata con *c*: e finalmente applicato alla parete medesima, cosicchè uno dei lati verticali dell'orificio ed una delle sponde del canale erano continuazione della stessa sponda del recipiente; è la posizione segnata con *d*.

142) Il primo fatto importante accertato da queste esperienze si è, che in tutte le posizioni accennate il canale è senza influenza sensibile fino a che il carico sul centro del foro supera due volte e mezza l'altezza dell'orificio, escluse però le altezze d'orificio inferiori a $0^m,03$.

Eccone la prova nella piccola tavola seguente.

Altezza dell'orificio	Carico	Coefficienti			Differenze proporzionali	
		senza canale	posizione *a*	posizione *b*	*a*	*b*
0,20	1,306	0,604	0,601	0,601	+ 0,00497	+ 0,00497
	0,952	0,605	0,602	0,599	+ 0,00496	+ 0,0149
	0,400	0,600	0,591	0,580	+ 0,01500	+ 0,0333
0,10	1,356	0,613	0,614		—0,00163	
	1,007	0,615	0,614		+ 0,00163	
	0,482	0,617	0,615		+ 0,00324	
0,05	1,416	0,621	0,624	0,627	—0,0048	—0,0096
	1,081	0,627	0,626	0,628	+ 0,0016	—0,0016
	0,477	0,631	0,625	0,624	+ 0,0090	+ 0,0095
	0,212	0,634	0,631	0,615	+ 0,0044	+ 0,0296
	0,106	0,629	0,614	0,597	+ 0,0236	+ 0,0508
0,03	1,349	0,622	0,622		0,0000	
	0,466	0,630	0,629		+ 0,0016	
	0,207	0,634	0,632		+ 0,0030	
	0,081	0,639	0,633		+ 0,0090	

143) Nei piccoli carichi il canale ha notabilmente diminuita la portata, e ciò tanto più quanto il carico era minore. In questi casi converrà ricorrere alla tabella seguente per avere i coefficienti che vanno adoperati.

Altezza dell'orificio	Carico sul centro	Valore di *m*, il canale essendo disposto nelle posizioni			
		a	*b*	*c*	*d*
0,20	0,400	0,591	0,580	0,582	0,577
	0,242	0,559	0,552	0,550	0,548
	0,112	0,483	0,482	0,484	0,485
0,10	0,160	0,590	0,580	0,583	0,585
	0,110	0,562	0,560	0,561	0,562
	0,090	0,523	0,522	0,522	0,517
	0,060	0,464	0,463	0,462	0,462
	0,050	0,457	0,454	—	0,454
0,05	0,200	0,631	0,615	0,618	0,622
	0,110	0,614	0,597	0,598	0,601
	0,050	0,495	0,493	0,486	0,490
	0,040	0,452	0,443	0,442	0,442
	0,200	0,632	0,631	0,632	0,635
	0,060	0,627	0,605	0,602	0,607
	0,015	0,340	0,340	—	

144) Hanno cimentato anche il caso in cui il canale, invece d'essere orizzontale, si inclinava all'orizzonte, sotto la pendenza dell'un per cento e dell'uno per dieci. Nel primo caso l'influenza dell'inclinazione fu nulla, nel secondo i coefficienti aumentarono di circa il quattro per cento, cosicchè per avere i coefficienti per canale inclinato dell'uno per dieci ossia sotto angolo di 5° 4′4″ basterà moltiplicare i superiori per 1,04.

145) L'influenza di una doccia che riceve l'acqua fluente è maggiore negli scaricatori, come si può scorgere dal paragone della tavola seguente colle precedenti.

Carico	Coefficiente		Perdita per 100
	senza canale	con canale	
0,206	0,582	0,479	18
0,145	0,590	0,471	20
0,103	0,591	0,457	23
0,060	0,599	0,425	29
0,045	0,609	0,407	33
0,028	0,622	0,340	45

Questa tavola ci mostra che la perdita diminuisce al crescere del carico, ma però meno di quello pegli orificii; cosicchè non si può applicare agli scaricatori la regola di considerare nulla l'influenza del canale quando il carico superi due volte e mezza l'altezza dell'orificio. Si può ritenere però insensibile pei fortissimi carichi superiori per es. ad un metro,

146) Non posso a meno di non dar luogo ad una osservazione. La tavola del num. 148 ci mostra minori i coefficienti di riduzione nelle posizioni *b*, *c*, *d*, dove sembrerebbe dover essere invece maggiori attesa la soppressione della contrazione sopra uno almeno de' lati. Ammettendo esatte le esperienze, sarebbe questo un fatto di difficile spiegazione; quando suppongasi provenire da varia scabrosità del canale adoperato, è lo

stesso che ammettere non paragonabili fra loro le esperienze suddette, e quindi negar fede alle medesime. Per me mi accontenterò dire che il problema è tuttora involto da grandi incertezze e domandare studio ed analisi più dettagliata.

SEZIONE SECONDA

DELL'EFFLUSSO A CARICO VARIABILE

Nozioni

147) L'efflusso a carico variabile può aver luogo in tre maniere distinte: 1.° o perchè il livello vada continuamente abbassandosi sopra la bocca d'efflusso, e questa versi liberamente l'acqua nell'aria, oppure in recipiente ove l'acqua stessa ristagni a livello costante sopra la bocca di sortita; 2.° o perchè il livello rimanendo costante nel recipiente da cui il liquido fluisce, l'acqua si scarichi in altro recipiente ove il livello si vada gradatamente innalzando, e quindi riesca la bocca rigurgitata a controbattente variabile; 3.° o perchè finalmente varii nel medesimo tempo il livello del liquido nel recipiente da cui fluisce e in quello in cui vien ricevuto.

Questi tre casi saranno da noi partitamente considerati; ma prima è mestieri che noi esprimiamo analiticamente che tutto il liquido partecipa di un sol movimento, e che questo movimento è tale che non varia la densità del liquido ne' varii suoi punti.

148) Si perviene a ciò mediante la così detta equazione di continuità, della quale non possiamo ormai più dispensarci dal tenere parola. Immaginiamo a quest'uopo un recipiente qualunque $ABCD$ (fig. 18) entro cui il liquido sia in movimento, e dal quale esso fluisca pel foro mn. Attentamente esaminando l'andamento delle singole molecole, noi scorgeremo in moltissimi casi dividersi la massa liquida in due porzioni, l'una $AEsmtftn$ che è la parte massima e principale e che si termina inferiormente all'estrema curva del gorgo; l'altra la

porzione circostante *esBmfDnt* la quale non partecipa al movimento dell'altra, rimane come stagnante intorno al fondo ed ha movimenti suoi proprii che non hanno nulla che fare con quei della prima. Se il vaso fosse conformato nella curva del gorgo, e in molti altri casi, la seconda porzione sparisce, rimane solo la prima e tutto il liquido costituisce come una sola massa dotata di un unico movimento. Si può facilmente vedere l'enunciato fenomeno in tutta la sua estensione e in tutte le sue parti presso le rive dei fiumi. Là dove il fiume presenti un'acuta risvolta, o dove, ritirandosi repentinamente la riva, formi una specie di seno, l'acqua ristagna in questo seno, presso un tratto della riva che segue la risvolta, e il rimanente della massa scorrente pel fiume non fa che lambire quest'acqua, la quale è dotata sì di particolari movimenti, ma che però sono differentissimi da quello che è generale al fiume, vedendosi in molti di questi tratti l'acqua correre in senso opposto. Dove invece le sponde sieno rettilinee e regolari tutta l'acqua ha un sol movimento, nè più si scorge quella separazione che nei primi luoghi erasi rimarcata. Il fenomeno nei fiumi si fa ancor più grandioso e più complicato; alcune volte si scorgono per mezzo alla massa dei vortici dove l'acqua sembra staccarsi dalla circostante per raggirarsi intorno a sè stessa e formare una massa indipendentemente moventesi, nel mentre che è trascinata dall'altra a partecipare al general movimento.

In ciascuna porzione in cui il liquido si divide, è però indubitato che la densità rimane costante; chè è proprietà appunto del liquido il non variare di densità ne' varii suoi punti.

Si troverà negli ordinarii corsi d'idraulica l'equazione a cui quest'ultima condizione conduce; per noi ci accontenteremo dedurre da quanto abbiam detto la regola del Castelli unicamente adoperata nella pratica, imperocchè quasi nulli sono i risultamenti che si poterono ricavare dalla generale equazione, e inapplicabili alla pratica.

149) Consideriamo l'acqua moventesi nel recipiente *ABCD* (fig. 19) e immaginiamo praticate nel medesimo due sezioni *MN*, *PQ* perpendicolari alla linea *st* media fra tutte quelle

descritte dalle molecole nel general movimento della massa fluente. A soddisfare la condizione che non varii la densità del liquido è evidente richiedersi che, a qualunque distanza fra loro sieno praticate queste sezioni, tant'acqua deve passare per la sezione MN, quanta ne sorte per la PQ, altrimenti il liquido sarebbe o rarefatto o costipato fra le due sezioni, e la sua densità varierebbe.

Trascurando tutti i movimenti delle molecole che non sono paralleli alla retta st, si consideri soltanto la velocità di cui sono dotate parallelamente alla stessa; velocità che indicheremo con V per la sezione MN, con V_1 per la PQ. Dette allora S, S_1 le superficie delle sezioni MN, PQ limitate a quella porzione del liquido cui compete il generale movimento, sarà

$$S.V$$

la quantità d'acqua che passa per MN in 1'' ed

$$S_1 . V_1$$

quella che nel medesimo tempo passa per PQ. Dovrassi quindi avverar l'equazione

$$S.V = S_1 . V_1$$

cioè

$$(1) \quad \frac{V}{V_1} = \frac{S_1}{S}$$

150) Se tutto il liquido si muove in un sol corpo, o pei tratti ove ciò avvenga, S ed S_1 saranno le sezioni del recipiente, praticate perpendicolarmente alla st ne' varii suoi punti, e allora l'equazione superiore ci dice, che le velocità delle molecole liquide nelle varie sezioni sono inversamente proporzionali alle aree delle sezioni medesime.

È questa la regola del Castelli superiormente accennata, e da quanto abbiam detto risultano evidenti le condizioni alle quali trovasi sottoposta, cioè 1.° che tutto il liquido nel tratto ove essa si applica partecipi di unico movimento, nè s'abbia a dividere in parti indipendentemente moventisi; 2.° che i movimenti delle particelle perpendicolari a st sieno nulli o almeno trascurabili.

151) Allorchè il vaso era intrattenuto costantemente pieno, e quindi nell'esposizione del teorema di Toricelli, noi non ab-

biam fatto parola dell'equazion superiore, perchè avendo posta la condizione che il foro di efflusso fosse piccolissimo in confronto della sezione del recipiente, il rapporto fra queste due sezioni era tale che la velocità dell'acqua nell'interno del vaso si potea considerar nulla, e quindi il liquido pressochè stagnante, come abbiamo supposto.

Se si volesse tener conto anche della velocità concepita dalle molecole fluenti nell'interno del vaso, basterà aggiungere al carico effettivo l'altezza cui è dovuta quest'ultima velocità. Chiamate mS ed A le sezioni del foro e del vaso, H il carico d'acqua sul centro, H_1 l'altezza cui è dovuta la velocità dell'efflusso, v la velocità delle molecole nell'interno del vaso, V quella di efflusso, sarà.

$$H_1 = H + \frac{v^2}{2g} = H + \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{m^2 S^2}{A^2} = H + H_1 \frac{m^2 S^2}{A^2},$$

da cui

$$H_1 = \frac{H}{1 - \frac{m^2 S^2}{A^2}}$$

Se A è grandissimo in faccia ad S, $\frac{mS}{A}$ sarà piccolissimo, e tanto più il suo quadrato, e quindi trascurabile in confronto di uno, per cui diventa

$$H_1 = H$$

come si è assunto da noi pel teorema di Toricelli, e come continueremo ad ammettere in appresso.

CAPITOLO I.

Carico variabile sul centro; bocca libera, o rigurgitata a controbattente costante

152) Due casi posson succedere: 1.° che il vaso non riceva nuova acqua, nè faccia altra perdita se non quella dell'acqua fluente dal foro; 2.° che per una causa qualunque contemporaneamente riceva o perda nuova acqua.

Cominceremo dal primo, e dal caso semplicissimo in cui il recipiente sia prismatico e verticale.

153) Sia $ABCD$ il recipiente (fig. 20), il quale si vuoti pel piccolo foro mn aperto in sul fondo, e cerchiamo la natura del movimento secondo cui si opera l'abbassamento della superficie superiore AB del liquido in esso contenuto.

A quest'uopo immaginiamo divisa l'altezza AC in un certo numero di parti Ap, pr, rs ec. A mano a mano che la superficie AB andrà discendendo e giungerà in p, in r ec., le velocità con cui l'acqua fluirà dal foro mn saranno rispettivamente

$$\sqrt{2g.AC};\ \sqrt{2g.pC};\ \sqrt{2g.rC}\ \text{ec.}$$

e quelle con cui la superficie si andrà abbassando, detto α il rapporto fra la sezione contratta e quella del vaso AB, saranno.

$$\alpha.\sqrt{2g.AC};\ \alpha.\sqrt{2g.pC};\ \alpha.\sqrt{2g.rC}\ \text{ec.}$$

Ora supponiamo che un corpo sia slanciato verticalmente dal basso in alto, in modo che parta da D' e giunga fino in B', essendo $D'B'=AC$. Dividiamo pure la $D'B'$ in parti eguali a quelle in cui si è divisa la AC, per cui riescirà

$$D'B'=AC;\ p'B'=pC;\ r'B'=rC\ \text{ec.}$$

Le velocità di questo corpo in B', p', r' ec., saranno

$$\sqrt{2g.D'B'};\ \sqrt{2g.p'B'};\ \sqrt{2g.r'B'}\ \text{ec.},$$

ossia

$$\sqrt{2g.AC};\ \sqrt{2g.pC};\ \sqrt{2g.rC}\ \text{ec.},$$

per cui il corpo che sale lungo $D'B'$ e l'acqua fluente dal foro avranno successivamente le medesime velocità. Ma il corpo si muove di movimento uniformemente ritardato, dunque tale sarà pure la natura del moto dell'acqua fluente dal foro, e quindi anche la superficie suprema discenderà di movimento uniformemente ritardato.

154) Determinata così la natura del moto, ci sarà facile assegnare il tempo corrispondente ad un determinato abbassamento di livello in un vaso, supposto prismatico e verticale.

È noto dalla meccanica che un corpo moventesi di movimento uniformemente ritardato fino all'estinzione totale della

sua velocità descrive uno spazio che è metà di quello che avrebbe descritto se si fosse mosso invece di movimento uniforme, conservando la velocità iniziale. Nel vaso prismatico e verticale tutte le sezioni essendo eguali, il volume d'acqua fluito in un certo tempo si avrà moltiplicando la sezione del vaso per lo spazio descritto dalla superficie libera nel tempo medesimo; e siccome questo spazio è descritto con moto uniformemente ritardato, così si scorge, che a completo vuotamento sortirà metà dell'acqua che sarebbe sortita nel tempo del vuotamento medesimo, se la velocità di efflusso fosse stata costantemente eguale a quella corrispondente al primo istante, e quindi dovuta all'originario carico di partenza.

Se diciamo quindi A la sezione del vaso, S quella del foro, H il carico primitivo, t il tempo del total vuotamento, per quanto abbiamo premesso si avrà

$$2\,A.H = m\,S.t.\sqrt{2g.H},$$

donde

$$t = \frac{2\,A}{m\,S\sqrt{2g}}\sqrt{H}.$$

Ciò importerebbe che fino al total vuotamento la superficie libera si conservasse piana orizzontale, e fosse applicabile la legge del Castelli. Questo non succedendo, la formola precedente non può applicarsi al total vuotamento, ma può servire ad assegnare il tempo corrispondente ad un abbassamento determinato della superficie nel modo seguente.

Sia t' il tempo che impiegherebbe il vaso a vuotarsi se all'origine il liquido nel vaso avesse un'altezza h minore di H, si avrebbe

$$t' = \frac{2\,A}{m\,S\sqrt{2g}}.\sqrt{h}.$$

Ora se diciamo T il tempo impiegato ad abbassarsi la superficie da H in h, potremo ammettere

$$T = t - t',$$

e quindi

$$(1)\quad T = \frac{2\,A}{m\,S\sqrt{2g}}\left\{\sqrt{H} - \sqrt{h}\right\}.$$

155) In questa formola entra il coefficiente m di riduzione, che, come sappiamo, varia al variare del carico, e quindi a stretto rigore vi sarebbe un coefficiente determinato per ogni abbassamento, nè si potrebbe ritenere costante il rapporto delle sezioni, e quindi finalmente non rigorosamente vero il movimento uniformemente ritardato della superficie libera. Siccome però questi coefficienti variano pochissimo, così si ammette la loro invariabilità, prendendo per m il medio dei due valori corrispondenti ai carichi H ed h.

156) Bossut ha istituite alcune esperienze per confermare la verità della formola superiore; eccole raccolte nel piccolo quadro seguente.

A	S	H	h	m	Tempo calcolato	Tempo osservato	Differenze
m. q.	m. q.	m.	m.				
0,94968	0,0005755	3,78976	2,49044	0,610	7′ 30″,3	7′ 25″,5	+ 4″ 8
	0,0023021				1′ 52″,6	1′ 52″,0	+ 0″ 6
	0,0005755		0,86624	0,623	20′ 15″,2	20′ 24″,5	— 9″ 3
	0,0023021				5′ 3″,8	5′ 6″,0	— 2″ 2

Da questa tavola si scorge la differenza essere così piccola, che può essere trascurata, e inchiusa negli errori inevitabili di osservazione. Altre verificazioni troveremo in appresso.

157) L'espressione del tempo che il fluido impiega ad abbassarsi di una certa quantità somministra facilmente l'abbassamento corrispondente ad un tempo determinato.

Dalla (1) infatti facilmente si ricava

$$(2)\quad H-h=T.\frac{mS\sqrt{2g}}{A}\left\{\sqrt{H}-T.\frac{mS\sqrt{2g}}{4A}\right\},$$

e da questa avremo poi la portata nel tempo T

$$Q=A(H-h),$$

cioè

$$(3)\quad Q=T.mS\sqrt{2g}\left\{\sqrt{H}-T.\frac{mS\sqrt{2g}}{A}\right\}.$$

158) Se il vaso non è prismatico, allora il calcolo del tempo corrispondente ad un dato abbassamento della superficie, e inversamente, non che quello della portata riescono molto più complicati, e alcune volte ineseguibili in termini finiti. Ecco il modo di procedere in questa ricerca.

Sia x la distanza verticale del centro del foro dalla superficie alla fine del tempo t; essendo nota la figura del vaso; si potrà esprimere l'area della sezione alla distanza x del foro in funzione della x medesima, denominiamola X; finalmente sia mS la superficie della sezione contratta. Nell'istante dt la superficie libera si abbasserà della quantità $-dx$, prendendo le x positive dal basso all'alto e l'origine nel centro del foro, e quindi dovrà sortire un volume di acqua espresso da $-Xdx$; ma nel tempo medesimo sorte dal foro una quantità d'acqua eguale a $mSdt\sqrt{2g.x}$, avremo dunque

$$-Xdx = mSdt.\sqrt{2g.x},$$

donde

$$dt = -\frac{1}{mS\sqrt{2g}}.\frac{Xdx}{\sqrt{x}}.$$

Se quindi sia H l'altezza primitiva dell'acqua nel vaso sul centro del foro, ed h la finale, sarà

$$(4)\quad T = -\frac{1}{mS\sqrt{2g}}.\int_H^h \frac{Xdx}{\sqrt{x}},$$

la quale ogni qual volta sappiasi integrare somministrerà il corrispondente all'abbassamento $H-h$.

159) Supponiamo ad es. che il vaso sia piramidale a base rettangolare; e sieno A, B i lati della base superiore, a, b quelli dell'inferiore; avremo

$$X = ab + x.\frac{Ab+Ba-2ab}{H} + x^2.\frac{(A-a)(B-b)}{H^2}.$$

che sostituita nella (4), ed eseguite le integrazioni, darà

$$T = \frac{2}{mS\sqrt{2g}}\left\{ab(\sqrt{H}-\sqrt{h}) + \frac{Ab+aB-2ab}{3}\left(\sqrt{H}-\frac{h\sqrt{h}}{H}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{(A-a)(B-b)}{5}\left(\sqrt{H}-\frac{h^2\sqrt{h}}{H^2}\right)\right\}.$$

Se A, a, B, b sieno eguali, con che ricadiamo nel vaso prismatico, allora si ha

$$T=\frac{2ab}{mS\sqrt{2g}}\{\sqrt{H}-\sqrt{h}\}.$$

come al num. 154.

160) Alcune fiate l'acqua invece di sortire da un orificio propriamente detto, sorte da uno scaricatore; allora si determina il tempo corrispondente all'abbassamento $H-h$ come segue.

Sia X la sezione del recipiente alla fine del tempo t, e alla distanza x dal piano di livello primitivo; nel tempo dt la superficie libera si abbasserà della quantità dx, e quindi sarà

$$Xdx=\frac{2}{3}mL(H-x)dt.\sqrt{2g(H-x)},$$

da cui

$$dt=\frac{3}{2mL\sqrt{2g}}\cdot\frac{Xdx}{(H-x)\sqrt{H-x}},$$

donde

$$(5)\,T=\frac{3}{2mL\sqrt{2g}}\int_0^{H-h}\frac{Xdx}{(H-x)\sqrt{H-x}}.$$

Se il vaso è prismatico, allora X è costante, e detta in tal caso A l'area di qualunque sezione orizzontale del recipiente, avremo dalla superiore

$$(6)\,T=\frac{3A}{mL\sqrt{2g}}\left\{\frac{1}{\sqrt{h}}-\frac{1}{\sqrt{H}}\right\}.$$

161) In alcuni casi non essendo nota la natura del vaso, o per la troppa complicazione di X, si potrà procedere nel modo seguente.

Si suddivida l'altezza totale dell'abbassamento in un certo numero di parti eguali, quanto maggiore tanto meglio. Si chiama w la grandezza di ciascuna di queste parti, e si stimino le aree delle varie sezioni del vaso corrispondenti a ciascuno di quei punti di divisione, aree che diremo ordinatamente X_0; X_1; .... X_n; poi si calcolino le quantità

$$B_0=\frac{X_0}{\sqrt{H}};\ B_1=\frac{X_1}{\sqrt{H-w}};\ B_2=\frac{X_2}{\sqrt{H-2w}}\ldots\ B_n=\frac{X_n}{\sqrt{H-nw}},$$

pel caso in cui l'acqua fluisca da un orificio. Quando fluisca da uno scaricatore, si calcoleranno le

$$B_0=\frac{X_0}{H^{\frac{3}{2}}};\ B_1=\frac{X_1}{(H-w)^{\frac{3}{2}}};\ldots\ B_n=\frac{X_n}{(H-nw)^{\frac{3}{2}}}.$$

Si avrà, fluendo da un orificio

$$(7)\ T=\frac{w}{3mS\sqrt{2g}}\left\{\frac{B_0+B_n}{2}+B_1+B_2+\ldots+B_{n-1}\right\};$$

fluendo da uno scaricatore

$$(8)\ T=\frac{3w}{2mL\sqrt{2g}}\left\{\frac{B_0+B_n}{2}+B_1+B_2+\ldots+B_{n-1}\right\}.$$

O con approssimazione maggiore dividendo in un numero pari di parti eguali, e posto $2n$ in luogo di n, sarà pel primo caso

$$(9)\ T=\frac{w}{3mS\sqrt{2g}}\{B_0+B_{2n}+4(B_1+B_3+B_5+\ldots+B_{2n-1})$$
$$+2(B_2+B_4+B_6+\ldots+B_{2n-2})\},$$

e pel secondo

$$(10)\ T=\frac{w}{2mS\sqrt{2g}}\{B_0+B_{2n}+4(B_1+B_3+B_5+\ldots+B_{2n-1})$$
$$+2(B_2+B_4+B_6+\ldots+B_{2n-2})\};$$

il metodo è un'immediata conseguenza del teorema di Simsons.

Se si volesse la portata corrispondente a un tempo determinato, allora si dividerà questo tempo in un numero pari di parti eguali che diremo t, e dette h_1, h_2, h_3 ec. le successive altezze d'acqua sul foro, o sopra la soglia inferiore dello scaricatore, sarà

per l'orificio

$$(11)\ Q=mS\sqrt{2g}.t\left\{\frac{\sqrt{h_0}+\sqrt{h_{2n}}}{2}+\sqrt{h_1}+\sqrt{h_2}+\ldots\sqrt{h_{2n-1}}\right\},$$

o meglio

(12)

$$Q=\frac{1}{3}\sqrt{2g}.mS.t\left\{\sqrt{h_0}+\sqrt{h_{2n}}+2(\sqrt{h_1}+\sqrt{h_3}+\sqrt{h_5}+\ldots+\sqrt{h_{2n-1}})\right.$$

$$\left.+4(\sqrt{h_2}+\sqrt{h_4}+\sqrt{h_6}+\ldots+\sqrt{h_{2n-2}})\right\};$$

per lo scaricatore

$$(13)\quad Q=\frac{2}{3}mL\sqrt{2g}.t\left\{\frac{h_0^{\frac{3}{2}}+h_{2n}^{\frac{3}{2}}}{2}+h_1^{\frac{3}{2}}+h_2^{\frac{3}{2}}+\ldots+h_{2n-1}^{\frac{3}{2}}\right\},$$

o meglio

$$(14)\quad Q=\frac{2}{9}\sqrt{2g}.mLt\left\{h_0\sqrt{h_0}+h_{2n}\sqrt{h_{2n}}+2(h_1\sqrt{h_1}+h_3\sqrt{h_3}\right.$$

$$\left.+\ldots h_{2n-1}\sqrt{h_{2n-1}})+4\left\{h_2\sqrt{h_2}+h_4\sqrt{h_4}+\ldots+h_{2n-2}\sqrt{h_{2n-2}}\right\}\right.$$

162) Resta a calcolare il caso in cui il bacino, da cui l'acqua fluisce, contemporaneamente riceva o perda nuova acqua in copia maggiore o minore di quella che fluisce dal foro.

Prima però di procedere a questo calcolo è necessario premettere una generale avvertenza. L'acqua che per mezzo di un canale o in altro modo qualunque viene condotta al recipiente, non si sparge tosto su tutta la superficie, ma produce per entro la massa liquida dei complicatissimi movimenti dei quali sarebbe impossibile tener conto, e tali movimenti non possono a meno di non avere una grandissima influenza sulla natura della superficie libera, e sulla quantità dell'efflusso. Nella insuperabile difficoltà di mettere a calcolo una tale influenza, si ammette invece che la nuova acqua sopraggiunta s'abbia a distendere immediatamente su tutta la superficie e quivi rimanervi come stagnante, oppure sia uniformemente tolta da tutta la superficie, come nel caso in cui una tal perdita sia dovuta alla evaporazione. Le formole quindi che in seguito assegneremo devonsi sempre considerare come basate unicamente sulla supposizione predetta; il caso reale si avvicinerà tanto più all'ipotetico, quanto più lontano dall'orificio sarà il punto d'immissione dell'acqua, lontananza la quale permet-

terà di sedarsi quei movimenti ondulatorii, che all'origine si ingenerano nel liquido.

163) Ciò premesso, dicasi q la quantità d'acqua che ad ogni minuto secondo riceve il vaso o viene sottratta al medesimo, x la quantità di cui s'è abbassata la superficie libera alla fine del tempo t, ed X l'area della sezione del recipiente al punto di abbassamento x: sia dx l'abbassamento nel tempo dt; siccome in questo tempo il recipiente riceve o perde la quantità di acqua $q\,dt$, così la quantità effettivamente fluita dal foro sarà

$$X\,dx \pm q\,dt;$$

ma questa d'altra parte è

$$m\,S\,dt.\sqrt{2g(H-x)},$$

dunque avremo

$$X\,dx \pm q\,dt = m\,S\,dt\sqrt{2g(H-x)},$$

da cui

$$(11)\quad t = \int_0^{H-h} \frac{X\,dx}{m\,S\sqrt{2g(H-x)} \pm q}.$$

Se il vaso è prismatico e verticale sarà X costante $= A$, e quindi integrando, e convertendo i logaritmi iperbolici in comuni, sarà

$$(12)\qquad t = \frac{2A}{\{mS\sqrt{2g}\}^2}$$

$$\left\{mS\sqrt{2g}(\sqrt{H}-\sqrt{h}) \pm 2{,}30259.q.\log.\frac{mS\sqrt{2g.H} \mp q}{mS\sqrt{2g.H} \mp q}\right\}.$$

Il segno superiore vale pel caso in cui il vaso riceva, l'inferiore per quello in cui perda la quantità q di acqua al secondo.

164) Se la quantità q ricevuta fosse maggiore di quella che fluisce dal foro, allora il livello si eleverebbe; la formola superiore vale pure per questo caso, essendo H il carico primitivo sul centro, h il finale. Mettendo in evidenza il segno, essa diventa

$$(13) \qquad t = \frac{2A}{\{mS\sqrt{2g}\}^2}$$

$$\left\{2{,}30259 . q . \log \frac{q - mS\sqrt{2gH}}{q - mS\sqrt{2g.h}} - mS\sqrt{2g}\{\sqrt{h} - \sqrt{H}\}\right\}.$$

Se fosse dato t e si volesse determinare h, allora converrebbe risolvere l'equazione superiore per tentativi.

Esemp. Si domanda quale sarà l'abbassamento $H-h$ al termine di un'ora in uno stagno prismatico la cui superficie è metri quad. 2843, alimentato da un ruscello la cui portata è metri cub. 1,24, fluendo l'acqua dallo stagno medesimo per mezzo d'un'apertura rettangolare larga metri 1,84, alta metri 0,28, e il cui centro all'origine trovasi depresso sotto il livello metri 1,86. Avremo

$A = 2843$; $S = 1{,}84 \times 0{,}28 = 0{,}5152$; $t = 3600''$; $q = 1{,}24$; $H = 1{,}86$

prendendo $m = 0{,}6$ l'equazione (12), adoperando il segno conveniente, diventa

$$3600 = 3034\left\{1{,}369(1{,}363 - \sqrt{h}) + 3{,}371 . \log \frac{0{,}627}{1{,}369\sqrt{h} - 1{,}24}\right\},$$

ossia

$1{,}1865 = 1{,}867 - 1{,}369 . \sqrt{h} - 0{,}6833 - 3{,}371 . \log\{1{,}369 . \sqrt{h} - 1{,}24\}$,

ossia finalmente

$$1{,}369\sqrt{h} + 3{,}371 . \log\{1{,}369 . \sqrt{h} - 1{,}24\} = -0{,}0028.$$

Il primo numero dovendo essere negativo, tale sarà il logaritmo, e quindi la quantità sotto il simbolo logaritmico minore di uno, ossia $\sqrt{h} < 1{,}635$.

Provando $\sqrt{h} = 1{,}6$ si ha pel valore del primo membro 2,122 già troppo lontano dal giusto. Provando allora successivamente i valori $\sqrt{h} = 1{,}3$; 1,2; 1,15; 1,153, si ha per valore del primo membro rispettivamente 0,7899; 0,3117; —0,0297; —0,0077; per cui prendendo $\sqrt{h} = 1{,}15354$ si ha per primo membro —0,0029. Si può quindi adottare un tal numero, e allora sarà $h = 1{,}33065$, e quindi l'abbassamento cercato

$$H - h = 0{,}52935.$$

165) Se nel vaso contemplato l'acqua fluisca invece per uno scaricatore, allora sarà

$$X\,dx \pm q\,dt = \frac{2}{3} m L \sqrt{2g} . dt (H - x)\sqrt{H - x},$$

donde

$$T=\int_0^h \frac{X\,dx}{\frac{2}{3}\,mL\sqrt{2g}\,(H-x)^{\frac{3}{2}}+q},$$

dove con h è indicato l'abbassamento finale. Si otterrà facilmente dalla superiore il valore di T col metodo additato al num. 164. Se X è costante ed $=A$, allora essa si può integrare in termini finiti ponendo $H-x=y^2$; non riporto la formola che ne risulta perchè complicata per la pratica, alla quale è già sufficiente il metodo sopra accennato.

Esemp. Si domanda il tempo che impiegherà ad abbassarsi di 0,40 il livello d'acqua in uno stagno prismatico, la cui superficie è metri quad. 3284, fluendo l'acqua da uno scaricatore col carico di 1,14 all'origine del tempo, essendo 3,21 la larghezza dello scaricatore medesimo, e nel mentre che lo stagno è alimentato da un piccolo rivo la cui portata è metri cub. 0,327. Avremo

X costante $=3284$; $L=3,21$; $H=1,14$; $q=0,327$; $m=0,579$ (n.128).

Posto il dt sotto l'aspetto

$$dt=\frac{A}{\frac{2}{3}\,mL\sqrt{2g}}\;\frac{dx}{(H-x)^{\frac{3}{2}}-\frac{3q}{2mL\sqrt{2g}}},$$

avrassi a calcolare la formola $\dfrac{1}{(H-x)^{\frac{3}{2}}-\dfrac{3q}{2mL\sqrt{2g}}}=B_x$ pei valori successivi della x.

Si divida l'abbassamento totale 0,4 in otto parti eguali, per cui sarà $\omega=0,05$.

Si avrà quindi

$$\frac{3A}{2mL\sqrt{2g}}=598,50;\qquad \frac{3q}{2mL\sqrt{2g}}=0,05959;$$

$$B_0=0,8638;\quad B_1=0,9273;\quad B_2=0,9990;\quad B_3=1,0805;$$
$$B_4=1,1741;\quad B_5=1,2820;\quad B_6=1,4078;\quad B_7=1,5563;$$
$$B_8=1,7332.$$

Applicando la prima formola, sarà

$$\frac{B_0+B_8}{2}+B_1+B_2+\ldots\ldots+B_7=9,7255,$$

e quindi

$$t = 598{,}50 \times 0{,}05 \times 9{,}7255 = 291'',02 = 0^h\ 4'\ 51'',02.$$

Applicandovi la seconda, sarà

$$B_0 + B_8 + 4\,(B_1 + B_3 + B_5 + B_7) + 2\,(B_2 + B_4 + B_6) = 29{,}1432,$$

e quindi

$$t = 598{,}50. \times \frac{0{,}05}{3} \times 29{,}1432 = 290'',70 = 0^h\ 4'\ 50'',7$$

166) Può succedere che l'acqua fluisca contemporaneamente da più fori i cui centri sieno o egualmente depressi sotto la superficie di livello o no. Nel primo caso è evidente che basterà nelle formole superiori porre S eguale alla somma delle aree dei varii pertugi da cui sorte il liquido; ma nel secondo è invece mestieri calcolare il tempo corrispondente ad un dato abbassamento nella maniera seguente.

Sieno H, H_1, H_2 ec. le depressioni dei centri dei varii fori sotto il livello primitivo del liquido; quando alla fine del tempo t il detto livello si sarà abbassato di x, la velocità con cui l'acqua fluisce dai varii fori sarà rispettivamente

$$\sqrt{2g(H-x)};\quad \sqrt{2g(H_1-x)};\quad \sqrt{2g(H_2-x)}\ \text{ec.},$$

e quindi dette

$$mS,\quad m_1 S_1,\quad m_2 S_2\ \text{ec.}$$

le aree delle singole sezioni contratte, la portata loro totale nel tempo dt sarà

$$dt\{mS\sqrt{2g(H-x)} + m_1 S_1 \sqrt{2g(H_1-x)} + m_2 S_2 \sqrt{2g(H_2-x)}\ \text{ec.}$$

e quindi avremo

$$X\,dx \pm q\,dt = \sqrt{2g}.\,dt\{mS(H-x)^{\frac{1}{2}} + m_1 S_1 (H_1-x)^{\frac{1}{2}}$$

$$+ m_2 S_2 (H_2-x)^{\frac{1}{2}} + \}$$

da cui, detto h l'abbassamento totale nel tempo T, sarà

$$T = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_0^h \frac{X\,dx}{mS(H-x)^{\frac{1}{2}} + m_1 S_1 (H_1-x)^{\frac{1}{2}} + \ldots \mp \frac{q}{\sqrt{2g}}}.$$

Qui pure si procederà come al num. 161.

Se X è costante, q zero e due soli i fori, l'integrazione succede facilmente in termini finiti moltiplicando sotto e sopra per $m S (H-x)^{\frac{1}{2}} - m_1 S_1 (H_1-x)^{\frac{1}{2}}$. Qui pure non riporto la formola per le stesse ragioni accennate nel numero precedente.

CAPITOLO II.

Il livello è costante nel recipiente da cui il liquido fluisce, ma la bocca è rigurgitata a controbattente variabile

167) Cominceremo qui pure dal caso semplicissimo in cui il recipiente sia prismatico e verticale.

Abbiamo altrove mostrato che quando la bocca riesca intieramente rigurgitata, allora il carico di efflusso eguaglia la differenza di livello dell'acqua ne' due recipienti, e che il coefficiente di riduzione non soffre sensibil divario. Il problema attuale è allora precisamente l'inverso di quello che abbiamo risolto ai num. 153, 154; imperocchè se si suddivida l'altezza BA (fig. 21) in un certo numero di parti p, p', p'' ec., quando l'acqua sarà giunta in B, p, p' ec., le velocità dell'efflusso saranno rispettivamente

$$\sqrt{2g.AB};\ \sqrt{2g.Ap};\ \sqrt{2g.Ap'}\ \text{ec.}$$

e quindi il moto uniformemente ritardato.

Detta H la differenza primitiva di livello, h la finale, il tempo per passare dall'una all'altra sarà

$$(1)\ T=\frac{2A}{mS\sqrt{2g}}\{\sqrt{H}-\sqrt{h}\}.$$

168) Il livello elevandosi mano a mano giungerà fino in A, e quindi, se il foro di comunicazione è grande, in virtù della velocità preconcepita si innalzerà un poco al di sopra di A fino ad estinzione totale di detta velocità, dopo di che ridiscenderà fino ad un livello inferiore ad A, e così andrà oscillando per un certo tempo più o meno lungo, dopo del quale si porrà l'acqua in equilibrio colla superficie suprema allo stesso

livello di quella del recipiente alimentatore. Se però il foro S è molto piccolo in confronto della sezione del vaso, allora anche la velocità con cui sale la superficie essendo piccolissima, saranno sensibilmente tolte le accennate oscillazioni, e si avrà il tempo impiegato a giungere il livello in A ponendo $h=0$ nella superiore; detto T questo tempo, avremo

$$(2)\quad T=\frac{2A}{mS\sqrt{2g}}.\sqrt{H}.$$

169) Ecco una tavola dove sono riportate alcune esperienze eseguite da Eytelwein in un sostegno del canale di Bromberg, la quale metterà in grado di giudicare dell'esattezza delle formole superiori.

A	S	H	h	Quantità di cui si elevava il livello dell'acqua	Tempo impiegato		Differenze propòrz.
					calcolato	osservato	
mq.	m. q.	metri	metri	metri	min.sec.	min.sec.	
		2,2230	1,5953	0,6277	260	263	—0,011
	0,2627	1,5953	0,9576	0,6277	319	327	—0,024
		0,9576	0,3399	0,6277	458	491	—0,006
		0,3339	0	0,3399	667	682	—0,022
		2,19695	1,88310	0,31385	93	90	+0,033
422,00		1,88310	1,56925	»	102	102	0,000
		1,56925	1,25540	»	112	114	—0,017
	0,3530	1,25540	0,94155	»	128	128	0,000
		0,94155	0,62770	»	151	149	+0,014
		0,62770	0,31385	»	197	197	0,000
		0,31385	0	»	476	454	+0,048

Si scorge facilmente dall'ultima colonna che i risultamenti del calcolo concordano sufficientemente coi dati dell'esperienza, forse più di quanto si poteva sperare in tale ricerca.

170) Succede alcune volte che l'efflusso comincia prima liberamente, e solo dopo un certo tempo principia l'acqua ad innalzarsi sopra il foro e a coprire il medesimo; allora nella pratica si accostuma dividere il tempo totale in due parti, cioè il tempo che impiega l'acqua ad innalzarsi fino al centro dell'orificio e si calcola come se l'efflusso fosse libero, poi quello

fino al riempimento totale e si calcola come superiormente. Eccone un esempio.

Si domanda il tempo che impiegherà a riempiersi il bacino d'un sostegno di navigazione per cui si hanno i dati seguenti.

Lunghezza del bacino	35,08
Larghezza (rigonfio al mezzo) dai	6,50, agli 11,04
Caduta	2,274
Sezione orizzontale del bacino	325,6
Sezione di un foro	0,6286
Il livello dell'acqua è superiore al centro del foro .	1,949
Dallo stesso centro al fondo	0,325
Il coefficiente di contrazione	0,548

Si ammette un tal coefficiente perchè i due fori erano aperti contemporaneamente, e su tal canale appunto vennero istituite le esperienze di Lespinass, accennate al num. 76.

Consideriamo prima la parte che è al di sotto del centro dell'orificio. Il tempo che impiegherà a riempirsi calcolato colle regole dell'efflusso libero sarà, essendo due i fori aperti contemporaneamente,

$$\frac{325,6 \times 0,325}{0,548 \times 2 \times 0,6286 . \sqrt{2g} . \sqrt{1,949}} = 24'',85 .$$

Per l'altra parte avremo

$$\frac{2 \times 325,6 \sqrt{1,949}}{0,548 \times 2 \times 0,6286 . \sqrt{2g}} = 298'' .$$

Quindi il tempo totale sarà 323'', ossia 5'23''. L'esperienza diede dai 5' ai 6', il cui medio 5' 30'' non differisce sensibilmente dal risultato delle formole.

471) Se il vaso non è prismatico, allora si procederà come nel capitolo precedente, al quale rimando pure per norma nella risoluzione delle varie questioni analoghe a quelle che là si sono trattate e che qui si potrebbero riproporre.

CAPITOLO III.

Il livello varia contemporaneamente in amendue i recipienti

472) Se due recipienti comunichino fra di loro mediante un foro scolpito nella parete di separazione o per mezzo di tubo qualunque, e all'origine del tempo sia l'acqua a differenti

altezze sopra il centro del foro nei due vasi, che supponiamo limitati e che non ricevano nuova acqua, quella che si trova nel recipiente di cui l'altezza sul centro è maggiore passa nell'altro, nel quale il livello si va perciò successivamente innalzando nel mentre si abbassa nel primo. Così continuando l'acqua giungerà allo stesso livello ne' due vasi, e in virtù della forza acquistata continuerà un poco a salire nel secondo e ad abbassarsi nel primo, per poi prendere il movimento opposto, fino a che dopo poche oscillazioni si metterà essa tranquilla e al medesimo livello nei due recipienti. Se il foro di comunicazione è molto piccolo, allora insensibili riescono le oscillazioni, e noi ammetteremo ciò appunto verificarsi nel calcolo seguente del tempo che impiega l'acqua a equilibrarsi nei due recipienti.

173) Sieno $ABFO$, $CDOE$ (fig. 22) i due vasi comunicanti fra loro pel piccolo foro B; PQ, RS le superficie di livello dell'acqua nei due recipienti all'origine del tempo t, e alla fine di detto tempo sieno esse AB e CD. Si denomini $PO=H$, $SO=h$, $AO=x$, $OD=y$; X ed Y le sezioni AB, CD.

Nel tempo dt l'acqua s'abbasserà nel primo vaso della quantità dx, s'innalzerà nel secondo di dy; per cui nel mentre sarà sortita dal primo la quantità di acqua $-Xdx$, sarà entrata nel secondo la quantità Ydy, e siccome queste quantità devono essere eguali, così avremo

$$-Xdx=Ydy;$$

ossia

$$(1)\quad Xdx+Ydy=0.$$

Detta poi S la superficie del foro, sarà ancora

$$-Xdx=mSdt\sqrt{2g(x-y)},$$

da cui

$$(2)\quad dt=-\frac{Xdx}{mS\sqrt{2g}\sqrt{x-y}}.$$

S'integrerà l'equazione (1), e si determinerà la costante in modo che $x=H$ dia $y=h$; da questa ricavato il valore di y si sostituirà nella (2), la quale si integrerà di maniera che $t=o$ dia $x=H$; e il problema sarà intieramente risolto.

174) Sieno i due vasi prismatici e verticali; X ed Y saranno costanti, e le denomineremo rispettivamente A e B. Allora la (1) darà

$$A.dx+B.dy=0,$$

che integrata in modo che $x=H$ dia $y=h$, dà

$$Ax+By=AH+Bh;$$

da questa ricavato y e sostituito nella (2) avremo

$$dt=\frac{A\sqrt{B}}{mS\sqrt{2g}}\cdot\frac{dx}{\sqrt{(A+B)x-AH-Bh}}.$$

Integrata quest'ultima, e determinata a dovere la costante, somministra

$$T=\frac{2A\sqrt{B}}{mS\sqrt{2g(A+B)}}\left\{B\sqrt{H-h}-\sqrt{(A+B)x-AH-Bh}\right\}.$$

Se si volesse conoscere il tempo che il fluido impiegherebbe per giungere ad un medesimo livello ne' due bacini, si porrebbe

$$x=y=\frac{AH+Bh}{A+B},$$

e questo valore posto nell'equazione superiore somministra

$$T=\frac{2AB\sqrt{H-h}}{mS\sqrt{2g(A+B)}}.$$

Il problema ora risolto riceve immediata applicazione nei sostegni accollati.

175) Molte questioni si potrebbero proporre intorno al problema di cui ora abbiamo trattato, ma non credo occuparmene come di poca importanza nella pratica.

LIBRO SECONDO

DEL MOVIMENTO DELL'ACQUA PEI LUNGHI TUBI DI CONDOTTA

CAPITOLO I.

Nozioni

176) Si dà il nome di *tubo di condotta*, o semplicemente di *condotto*, ad una lunga serie di tubi esattamente congiunti fra loro in modo da formare un solo tubo, che si destina a condur l'acqua da un punto dato ad un altro.

177) I tubi di condotta si dividono in *semplici* e *composti*, secondo che sono formati da una sola serie di tubi costituenti un unico tubo, oppure da un sistema di più tubi che spiccandosi gli uni dagli altri servono a diramar l'acqua, somministrata loro dal tubo principale, a più punti determinati, che si dicono *punti di versamento*.

178) Si dà il nome di *carico* d'acqua alla distanza verticale che separa il centro della bocca di sortita dal livello dell'acqua nella conserva, da cui il tubo è alimentato.

179) Noi supporremo sempre che il tubo sia alimentato da una conserva in cui l'acqua si mantenga a livello costante. Ciò diffatti generalmente succede; che se l'acqua proveniente da sorgenti od altro entrasse nel tubo con una certa velocità, allora s'immaginerà il tubo applicato alla parete verticale di un recipiente, in cui il livello dell'acqua sul centro del foro d'entrata sia tale da ingenerare nell'acqua che entra nel tubo quella velocità di cui essa trovasi realmente dotata all'imboccatura del tubo medesimo.

180) Se immaginiamo praticata nel tubo una sezione perpendicolare al suo asse, il contorno della figura che ne risulta dicesi *perimetro bagnato*, o semplicemente *perimetro*, e chiamasi *sezione* l'area della sezione medesima.

Ordinariamente i tubi sono di uniforme sezione e figura, per cui, nel medesimo tubo, riescono costanti le due quantità precedentemente accennate.

181) Si chiama *strozzatura* quel qualunque restringimento di sezione che prova il tubo e dopo il quale riprende la sezione di prima; e invece *varice* quell'allargamento che potrebbe avere in qualcun de' suoi punti.

182) Si denomina *gomito* quella piegatura che hanno alcuni tubi, per mezzo della quale si fa mutar direzione ai medesimi: queste piegature sono ordinariamente conformate in arco di cerchio, costituendo delle porzioni di superficie canali a direttrice circolare.

183) La bocca di sortita dei tubi alcune volte è libera, altre munita di rubinetti di sezione inferiore a quella del tubo, e alcuna volta pur anco a questa bocca vengono applicati dei tubi addizionali. La diremo *libera* nel primo caso, *modificata* negli altri.

184) La velocità con cui le fluide stille attraversano i varii punti di una stessa sezione non è costante per tutti i punti, ma riscontrasi invece massima verso il centro, minima alla periferia. Attese le difficoltà in cui si cadrebbe volendo tener conto di tali variazioni, e il quasi nessun giovamento che ne trarrebbe la pratica, si considera invece un'unica velocità tale, che se fosse comune ai varii punti della sezione, si avrebbe dal tubo la portata medesima. Questa velocità la chiameremo *velocità media*, e di questa intenderemo sempre parlare nel seguito, sebbene per brevità la indicheremo colla semplice denominazione di *velocità*.

185) La condizione essenziale pel movimento dell'acqua nei tubi si è, ch'essa riempia intieramente il tubo entro cui scorre; senza ciò il condotto non sarebbe che un canale coperto, di cui parleremo in appresso. Dovendo essere soddisfatta la condizione di continuità della massa fluida, la velocità

dell'acqua nei varii punti del tubo sarà inversamente proporzionale alle sezioni corrispondenti, e quindi costante se il tubo sia di uniforme diametro su tutta la sua lunghezza.

Questa velocità poi si riscontra essere notabilmente inferiore a quella che sarebbe dovuta al carico di efflusso, locchè non può provenire che dalle resistenze che l'acqua incontra nel suo movimento. Queste resistenze, tendendo a diminuire la velocità, producono lo stesso effetto di una corrispondente diminuzione di carico, e quindi si potranno sempre esprimere per altezza, e così appunto noi le intenderemo costantemente misurate in seguito.

186) Le resistenze di cui ora abbiam fatto parola sono di varie specie; alcune si riscontrano in tutti i tubi, e sono quelle dovute: 1.° all'attrito dell'acqua lungo le pareti dei tubi medesimi; 2.° all'azione dei gomiti; 3.° a quella delle strozzature o varici. Altre sono proprie soltanto di un condotto composto, o sistema di tubi, e sono ingenerate: 1.° dal mutamento di direzione dell'acqua per passare da un tubo in una diramazione; 2.° dalla perturbazione perciò sofferta nel moto e nella direzione dei fili fluidi, e che si dice *perdita* dovuta all'*erogazione*.

Noi cominceremo dalla ricerca della quantità di perdita sofferta dall'acqua in causa delle accennate resistenze.

CAPITOLO II.

Resistenza dovuta all'attrito

187) Sia AE (fig. 23) una conserva in cui il liquido venga costantemente mantenuto al livello AA'. Dalla parete AB della medesima si stacchi il tubo BC rettilineo e di uniforme diametro, e sia C la bocca di efflusso, che ammetteremo esser libera.

Senza le resistenze opposte dal tubo al movimento dell'acqua, la velocità di efflusso sarebbe dovuta al carico DC, e se la velocità reale si mantiene a questa inferiore, la perdita nel

nostro caso non può provenire se non se dall'attrito che viene opposto al movimento dalle pareti del tubo medesimo; imperocchè essendo il tubo semplice, rettilineo, di uniforme diametro e a bocca libera, sono soppresse tutte le altre resistenze.

Da ciò un mezzo semplice con che otteperne sperimentalmente il valore, dovendo la resistenza totale eguagliare la totalità della perdita.

188) Cerchiamo in prima di combinare una formola che possa adattarsi ad esprimere la resistenza dovuta all'attrito. Essendo essa in gran parte prodotta dall'azione delle pareti, è intanto evidente che dovrà crescere al crescere della loro estensione; tenteremo assumerla proporzionale al perimetro bagnato e alla lunghezza del tubo. In secondo luogo dovendosi una tal resistenza distribuire sovra tutte le molecole che passano per una stessa sezione, sarà per ciascuna molecola in particolare tanto più piccola quanto maggiore sarà il loro numero, e quindi in ragione inversa della sezione del tubo. Finalmente quanto più velocemente l'acqua si muove, e tanto maggior numero di molecole verranno a toccar le pareti, e più prontamente converrà toglierle all'azione delle medesime. Sembrerebbe per ciò che una tal resistenza dovesse crescere proporzionatamente al quadrato della velocità: se non che la, benchè minima, viscosità del fluido ingenera un'altra resistenza che diventa tanto più sensibile in paragone della prima, quanto è più piccola la velocità. A Dubuat dobbiamo l'avere pel primo rimarcato un tal fatto; a Coulomb l'aver dimostrato essere quest'ultimo effetto prossimamente proporzionale alla semplice velocità. Dietro a ciò esprimeremo la funzione della velocità con un binomio, di cui il primo termine sia il quadrato della velocità, il secondo la velocità semplice moltiplicata per un certo coefficiente numerico che in seguito determineremo.

Detto quindi C il perimetro bagnato, L la lunghezza, S la sezione uniforme del tubo, v la velocità con cui l'acqua corre per entro il medesimo, a e b due coefficienti numerici da determinarsi coll'esperienza; l'espressione della resistenza do-

vuta all'attrito sarà

$$(1)\ a.\frac{C.L}{S}(v^2+b.v).$$

Se la sezione retta del tubo è circolare, come d'ordinario, allora si ha

$$C=\pi.D;\quad S=\frac{1}{4}\pi.D^2$$

essendo D il diametro del tubo. La resistenza sarà allora espressa da

$$(2)\ a.\frac{4L}{D}(v^2+b.v).$$

189) La formola che ora abbiamo composta perchè misuri la perdita dovuta all'attrito, esige alla sua completa determinazione la conoscenza dei valori numerici dei coefficienti a e b. A quest'uopo ricordiamo ch'essa deve darci l'effettiva perdita in carico sofferta dall'acqua. Questa perdita, posto H il carico CD di efflusso, è evidentemente

$$H-\frac{v^2}{2g},$$

e quindi dovrà essere

$$H-\frac{v^2}{2g}=a.\frac{4L}{D}(v^2+b.v).$$

190) Noi dobbiamo ai benemeriti Couplet, Bossut, Dubuat, Gerstner lunghissima serie di accuratissime esperienze, eseguite su tubi di differenti diametri, di varie lunghezze e per differentissimi carichi. Confrontando i risultamenti di queste esperienze colla formola superiore, noi potremo vedere se quella espressione delle resistenze si accorda col fatto, e determinare quindi i valori numerici dei suoi coefficienti.

191) Prony pel primo e quindi Eytelwein, facendo concorrere insieme tutte queste esperienze, determinarono i valori di quelle costanti, e mostrarono che quella espressione delle resistenze si può ritenere sufficientemente avverata dal fatto.

Prony dà i valori che seguono dei coefficienti

$$a=0{,}000348;\quad b=0{,}04885:$$

Eytelwein

$$a=0{,}000280;\quad b=0{,}08214.$$

Per maggiore dettaglio si potrà utilmente consultare l'eccellente Memoria di quest'ultimo fra quelle dell'Accademia di Berlino per gli anni 1814, 1815 pag. 137, 178; Memoria inserita pur anco negli *Annales des mines; Tome onzième, sixième livraison*, pag. 417.

192) Sebbene la determinazione dei coefficienti fatta da Eytelwein conduca la formola abbastanza prossima all'esperienza, pure essa si mantiene ancora in molti casi così discosta dalla medesima, da far desiderare una più minuta discussione della formola stessa e risultamenti più prossimi al vero.

Venturoli pel primo fece osservare che variava il valore di quei coefficienti al variar del diametro, e il cav. di Gerstner si accinse in seguito alla loro determinazione per ciascun diametro in particolare (*). Il metodo migliore per far concorrere molte esperienze alla determinazione di alcune quantità essendo quello de' minimi quadrati, ho creduto di dover io medesimo riprendere intieramente quel calcolo, e, dietro un tal metodo, assegnare i valori di quei coefficienti secondo il vario diametro dei tubi assoggettati alle prove.

Si potrà vedere nella mia Memoria che ho presentato all'I. R. Istituto Veneto la discussione totale delle esperienze, e quanto i coefficienti che qui son per soggiungere si accordino colle stesse. Mi accontenterò di dire che l'error della formola giunge rarissime volte ad un centesimo della velocità, e che si mantiene sempre inferiore agli errori probabili di osservazione. Rimetto a quella Memoria chi desiderasse vedere i confronti colle esperienze.

(*) Handbuch der mechanick von Franz Joseph Ritter von Gerstner. Prag. 1832. Zweiter Band pag. 175.

Ecco i valori da me ottenuti.

D	a	b	$a.b$	log. a	log. b	log. $a\,b$
0,1354	0,00028659	0,09794	0,00002807	6,45727	8,99099	5,44825
0,0544	0,00025806	0,17826	0,00004600	6,41174	9,25105	5,66279
0,0361	0,00026004	0,21556	0,00005605	6,41504	9,33357	5,74861
0,0271	0,00026784	0,22657	0,00006069	6,42790	9,35520	5,78310
0,0138	0,00027817	0,38437	0,00010692	6,44431	9,58476	6,02907
0,0106	0,00030853	0,40393	0,00012462	6,48930	9,60631	6,09560

I valori precedenti suppongono tutto misurato in metri.

193) Rimarcando che il prodotto $a.b$ per $\sqrt{D}$ si mantiene di poco vario, e che le variazioni hanno luogo massimamente nel secondo coefficiente, sembra che la formola più propria da applicarsi indistintamente a qualunque tubo sarebbe

$$\alpha.\frac{4L}{D}.v^2+\beta.\frac{4L}{D\sqrt{D}}.v.$$

Facendo concorrere col metodo dei minimi quadrati tutte le esperienze di Couplet, Bossut e Dubuat alla determinazione dei due coefficienti α e β si ottiene

$$\alpha=0,00026414 \qquad \beta=0,000010251$$

$$\log.\alpha=6,42184 \qquad \log.\beta=5,01077.$$

Paragonando quest'ultima formola al fatto, essa si allontana molto meno di quella di Eytelwein dal vero, e dovrà essere di preferenza adoperata ogni qualvolta non si voglia o non si possa tener conto delle variazioni del diametro.

194) Riassumendo il detto fin qui avremo che le perdite prodotte dalle resistenze d'attrito ed espresse in altezza saranno date dalla quantità

$$a.\frac{4L}{D}(v^2+b\,v)$$

adoperando per a e b i coefficienti della tabella del num. 192; oppure da

$$\alpha.\frac{4L}{D}.v^2+\beta\frac{4L}{D\sqrt{D}}.v.$$

coi coefficienti del num. 193.

Si dovrà adoperar la seconda nel solo caso in cui, essendo ignoto il diametro, non si sappia a quai coefficienti della prima appigliarsi.

CAPITOLO III.

Resistenza dovuta ai gomiti

195) Accertati di tal maniera della porzione di perdita in carico dovuta all'attrito dell'acqua lungo le pareti dei tubi, veniamo ora a determinare quella occasionata da una piegatura o gomito, che noi ammetteremo costantemente eseguirsi in arco di cerchio.

A quest'uopo supponiamo che ad una conserva sia applicato un tubo formato da due tratti rettilinei e di uniforme diametro, riuniti fra loro mediante gomito di nota estensione e raggio. Facendo fluire l'acqua pel tubo medesimo, e raccogliendo l'acqua erogata in un dato tempo in vasi di nota capacità, potremo determinare con tutta accuratezza la velocità del moto uniforme con cui l'acqua corre per entro il tubo, e quindi la totale perdita di carico, perdita che sarà in parte dovuta all'attrito, in parte alla presenza del gomito; e siccome, per quanto abbiam detto, la prima può misurarsi con molta precisione, così sottraendo questa dalla perdita totale, isoleremo quella dovuta al gomito, della quale in tal modo potremo avere l'esatta misura.

196) Abbiamo, per eseguire una tale determinazione, alcune esperienze del Dubuat (*Principès d'hydraulique num.* 105, 357); tre del Bossut (*Traité d'hydrodynamique num.* 517, 518, 519), e finalmente alcune del Rennie (*Philosophical transactions for the year* 1831 *P. II p.* 438). I risultamenti di queste esperienze sono resi abbastanza bene dalla regola seguente dovuta al Dubuat.

Si consideri l'asse rettilineo del tubo prolungato fino all'incontro del cerchio esterno del gomito, e che qui si rifletta facendo l'angolo di riflessione eguale a quello d'incidenza, che poi continui nella nuova direzione fino ad incontrare nuova-

mente quel cerchio, e che là si torni a riflettere colla legge medesima, e che così continui fino a che venga ad imboccare il secondo ramo del tubo, dove potrà succedere che l'ultima riflessione lo porti per diritto a sovrapporsi all'asse del secondo ramo, o no; contato il numero delle riflessioni sul gomito, e aggiuntane una nel secondo caso, misurato l'angolo sotto del quale si eseguiscono, si avrà la resistenza proporzionale al numero delle riflessioni, al quadrato del seno d'incidenza, e finalmente al quadrato della velocità con cui l'acqua corre pel tubo.

Se quindi diciamo v la velocità, n il numero delle riflessioni, i l'angolo d'incidenza, e K un coefficiente costante da determinarsi coll'esperienza, la resistenza dovuta al gomito sarà espressa da

$$K.v^2.n.\text{sen}^2 i,$$

e avremo tanti di questi termini quanti sono i gomiti del tubo.

197) Ecco poi come, dato il diametro del tubo, il raggio del gomito e l'angolo formato dalle due porzioni rettilinee, si può ottenere facilmente in numeri i ed n.

Sieno AA', BB' (fig. 24) i due assi dei due tubi riuniti fra loro dal gomito $EMNP$; saranno M, N, P i punti di riflessione, e l'angolo $tMA = ACM$ l'angolo i. Sia R il raggio CE del gomito, D il diametro del tubo, avremo

$$\cos i = \frac{CA}{CM} = \frac{R - \frac{1}{2}D}{R},$$

e quindi

$$(1)\quad \text{sen}^2 i = \frac{D}{R}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{D}{R}\right).$$

Si scorge poi facilmente che ad ogni riflessione si replica due volte l'angolo i, e che quindi si avrà tante volte $2i$ quante sono le riflessioni, donde $2ni$ eguale all'angolo ACB; ma l'angolo ACB è il supplemento dell'angolo formato dalle due porzioni rettilinee del tubo, se quindi diremo w quest'angolo, sarà

$$2ni = 180^\circ - w,$$

donde

$$(2)\ n = \frac{180^\circ - w}{2\,i}.$$

Se n risulta frazionario, locchè indica che dopo l'ultima riflessione il filetto medio non si incanala per diritto lungo l'asse del secondo ramo, allora si dovrà prendere per n il numero intiero prossimo maggiore.

198) Resta a determinare il coefficiente K. A quest'uopo ci serviremo delle esperienze di Dubuat, di cui si sono registrate le principali nella tavola seguente.

Tubo				velocità dell'acqua	Resistenza dovuta ai gomiti	Coefficiente K
diametro	lunghezza	Angoli num	Angoli valore			
0,0271	3,167	1	36°	2,300	0,0203	0,0111
0,0271	3,167	2	36°	2,300	0,0406	0,0111
0,0271	3,167	3	36°	2,300	0,0674	0,0123
0,0271	3,167	4	24°,57	2,300	0,0406	0,0111
0,0271	3,167	10	36°	1,939	0,1598	0,0123
0,0271	3,749	4	36°	1,572	0,0444	0,0130
0,0271	3,749	4	36°	0,794	0,0111	0,0127
0,0271	19,95	4	36°	0,776	0,0106	0,0127
0,0541	6,910	4	36°	2,336	0,0785	0,0099
0,0541	6,910	4	36°	1,590	0,0360	0,0103
		6	24°,57	2,336	0,2339	0,0124
0,0541	6,910	5	36°,00	2,336	0,2339	0,0124
		1	56°,23	2,336	0,2339	0,0124

Risulta da questa tabella che K non varia che dentro limiti molto ristretti, e che il suo valor medio è 0,0123, per cui l'espressione delle resistenze dovute ai gomiti sarà

$$K\,v^2\,\Sigma.\,n.\,\text{sen}^2\,i,$$

dove è

$$K = 0{,}0123$$

e col simbolo Σ s'intende di dover fare la somma delle quantità $n.\,\text{sen}^2\,i$ per ciascuno dei gomiti che potesse avere il tubo che si considera.

Esemp. Si domanda la perdita arrecata da un gomito di raggio $1^m,53$ congiungente due porzioni rettilinee di uno stesso tubo sotto l'angolo di 86°, essendo il diametro del tubo $0^m,025$ e la sua portata $0^{mc},00124$.

Avremo $\frac{D}{R} = 0,01634$ quindi $1 - \frac{1}{4}\frac{D}{R} = 0,99592$

$\text{sen}^2 i = 0,01627$ $\text{sen}\, i = 0,12757$ $i = 7° 20' = 7°,33$,

dalla (2) si avrà

$$n = \frac{180° - 86°}{2 \times 7°,33} = \frac{94°}{14°,66} = 6,413,$$

si prenderà quindi $n = 7$.

Avremo allora per espressione della resistenza cercata, essendo $v = \frac{4.\,Q}{\pi.\,D^2}$, la

$$0,0123 \times 1,6212 \times \frac{(0,00124)^2}{(0,025)^4} \times 7 \times 0,01627,$$

ossia

$$0^m,00894.$$

199) Dalle equazioni (1) e (2) del num. 197 facilmente discende che il prodotto $n.\,\text{sen}^2 i$ è tanto più piccolo quanto è più grande il raggio R del gomito in confronto del diametro D, e quindi che le resistenze saranno tanto più piccole quanto è maggiore il raggio R del gomito. Si scorge da ciò quanto sia sempre vantaggioso il dare al gomito il raggio più grande che sia permesso dalle circostanze particolari.

200) Più attentamente considerate le varie esperienze, si potranno ricavare le conseguenze seguenti.

Il coefficiente K, di cui abbiamo superiormente dato il valor medio, non si mantiene prossimamente costante se non in quanto l'angolo d'incidenza si conserva inferiore a trentasei gradi; ma quando quest'angolo sia maggiore, anche il coefficiente fassi notabilmente maggiore. Ciò si rimarca nelle esperienze n. 103, 110 del Dubuat, in cui l'angolo era di 56° 14'.

In secondo luogo sembra che K diminuisca al crescere del diametro: si scorge questo nella tavola alle esp. 9, 10 dove esso divenne 0,0099, e 0,0103.

La posizione dei serpeggiamenti tanto verticale che orizzontale non ha influenza. Ciò risulta dalle esperienze di Bossut, esp. 31, 32 p. 142, e da quelle di Rennie.

Dobbiamo finalmente chiamar l'attenzione sul fatto costante che le piegature brusche ad angolo sono notabilmente più nocive di quello sia un gomito bene rotondato. Dalle esperienze di Rennie superiormente citate con tubo di metri 4,57 di lunghezza, 0,0127 di diametro, e sotto il carico di 1,22, risulta che un solo angolo di 90° ha più diminuita la portata di quello che quindici gomiti semicircolari. Nel primo caso la portata in un minuto fu metri cubici 0,00944, nel secondo 0,01046. Da ciò la regola di non congiungere mai due tubi rettilinei se non con gomiti bene arrotondati.

CAPITOLO IV.

Resistenza dovuta alle strozzature ed alle varici

201. Allo scopo di veder nettamente quale sia per esser l'effetto di una strozzatura, immaginiamo che nell'interno di un lungo tubo siasi applicato un diaframma munito di foro il cui diametro sia minore di quello del tubo, e facciamo per poco astrazione da tutte le altre resistenze provate dall'acqua nello scorrere lungo il tubo medesimo. La velocità con cui l'acqua fluirà dal foro del diaframma non sarà certo maggiore di quella che compete al carico corrispondente al luogo da esso occupato, e la velocità dell'acqua scorrente pel tubo sarà tanto minore di quella posseduta al sortir dalla strozzatura di quanto la sezione del tubo è maggiore di quella del foro; e quindi la velocità del movimento uniforme dell'acqua nel tubo sarà notabilmente minore di quella che essa avrebbe senza la presenza di una tale strozzatura. A valutare l'intensità della perdita si ammette che la velocità con cui l'acqua sorte dalla strozzatura eguagli quella che è dovuta al carico effettivo nel luogo della strozzatura medesima; allora la perdita in carico si avrà prendendo la differenza delle due altezze necessarie per ingenerare la velocità dell'acqua al foro del diaframma e quella che possiede nell'interno del tubo. Le resistenze d'attrito non farebbero che diminuire queste due altezze di una

medesima quantità, e quindi possono trascurarsi in quanto spetta alla misura dell'effetto dovuto alle strozzature.

202) Per ciò che abbiam detto se v è la velocità dell'acqua pel tubo, v_1 quella con cui fluisce dalla strozzatura, la resistenza dovuta a quest'ultima, espressa in carico, sarà

$$\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}.$$

Se D e d sono i diametri delle sezioni del tubo e della strozzatura, le sezioni rispettive saranno

$$\frac{1}{4}\pi D^2 \quad \text{e} \quad \frac{1}{4}\pi m d^2$$

essendo m un coefficiente di contrazione, e quindi per la legge di continuità

$$v_1 = \frac{D^2}{m d^2} \cdot v.$$

Sostituiendo superiormente avremo per misura di questa resistenza la quantità

$$\frac{v^2}{2g}\left\{\frac{D^4}{m^2 d^4} - 1\right\}.$$

203) Se sopra il medesimo tubo a valle della prima strozzatura ve ne avesse una seconda, quindi una terza ec., si determinerà la resistenza per ciascuna in particolare, e si prenderà la loro somma per resistenza totale.

La stima della resistenza totale, fatta come si è detto precedentemente, suppone che gli effetti delle varie strozzature sieno intieramente indipendenti fra loro. Perchè questo succeda, è mestieri che i varii restringimenti sieno posti ad una conveniente distanza; senza ciò essi si influenzano reciprocamente e la perdita totale è qualche cosa minore. Sembra provenir questo dal non aver ancora ripresa la velocità generale del tubo quell'acqua, che sortita da una strozzatura si presenta ad una seconda.

Questo fatto è messo in evidenza da alcune esperienze di Eytelwein. Ad un tubo di 0,0262 di diametro adattò due diafragmi muniti di foro del diametro di 0,0131 e alle distanze notate nella tavola riportata qui sotto, e ottenne le varie por-

tate che sono scritte nella finca seconda, dove si è preso uno ad esprimere la portata teorica. Si scorge evidentemente in essa che la portata scema al crescere della distanza dei due diafragmi, e quindi che col crescere di questa distanza aumentano le resistenze.

Distanza	Portata	Distanza	Portata
0,007	0,626	0,079	0,509
0,013	0,622	0,131	0,487
0,026	0,614	0,314	0,481
0,052	0,568	0,628	0,478

204) Il pregiudicievole effetto delle strozzature si replica eziandio per le varici ed ha la stessa misura. Alcune rimarcabili esperienze del Venturi mettono il fatto fuor d'ogni dubbio. Prese questo fisico due sorta di tubi; gli uni *B*, *B* (fig. 25) avevano 0,045 di lunghezza e 0,0203 di diametro, quello degli altri *C*, *C* era di 0,05414, e la loro lunghezza ora di 0,088, ora di 0,172. Adattato il sistema ad un recipiente prodasse l'efflusso sotto il carico di 0,88 ed ottenne i risultamenti seguenti:

Con un sol tubo *B* la portata fu . . . m. c. 0,001258
Con un *B* ed un *C* 0,000933
Con tre tubi per sorte 0,000714
Con cinque 0,000572

Prese poi un tubo del diametro costante di *B*, e lungo quanto l'apparato dell'ultima esperienza superiore, ed ebbe una portata di metri cubici 0,000926.

Queste esperienze presentano è vero molte anomalie, ma però servono egregiamente a porre fuori d'ogni dubbio i nocivi effetti delle strozzature e delle varici.

205) Vi ha una strozzatura che è qui mestieri ricordare, ed è quella che risulta dalla contrazione della vena fluida all'entrata nel tubo; ma l'effetto di questa è sensibile soltanto nei tubi cortissimi, ed è costume trascurarne l'influenza nei tubi

di cui ora trattiamo; d'altronde la determinazione dei coefficienti a e b, oppure α e β dei num. 192, 193 è fatta con quest'ultima condizione.

206) Prima di chiudere queste osservazioni sopra l'effetto delle strozzature, non posso non manifestare i miei dubbi intorno al modo di stimare la perdita da esse arrecata, dubbi avvalorati dal vedere che la formola non rende i risultamenti delle esperienze, poche sì, ma che pure si hanno in proposito. Siccome però queste esperienze hanno dimostrato essere grandissima la perdita da esse prodotta, così si devono colla massima cura schivare nella pratica, e quindi non accaderà quasi mai il caso di doverne valutar l'influenza.

CAPITOLO IV.

Resistenze dovute al mutamento di direzione, ed all'erogazione

207) Se in un punto qualunque di un tubo primario si innesti un secondo tubo, destinato a derivare porzione dell'acqua scorrente pel primo, allo scopo di condurla ad un punto fissato di versamento, l'acqua che s'incanala pel medesimo, prova due perdite nuove, l'una pel mutamento di direzione, l'altra in virtù delle perturbazioni che perciò appunto succedono nel movimento, e che si dice essere dovuta all'erogazione. È ora necessario che trattiamo di queste due resistenze.

208) Se un corpo, il quale si muova con una certa velocità in una determinata direzione, avesse per una causa qualunque a mutare questa direzione, non conserva della velocità primitiva che una parte soltanto, a meno che un tal mutamento di direzione non si facesse per linea curva, nel qual ultimo caso soltanto la sua velocità non soffrirebbe alterazione di sorta. Si avrà facilmente la velocità conservata nella nuova direzione dal teorema, che le velocità si compongono come le forze; per cui, se dicasi v la velocità primitiva, v_1 quella che gli rima-

ne, ed α l'angolo che la nuova direzione fa colla prima, si avrà

$$v_1 = v.\cos.\alpha,$$

e dette h ed h_1 le altezze cui sono dovute le velocità medesime, sarà

$$h_1 = h.\cos^2\alpha.$$

La perdita in altezza sarà quindi

$$h - h_1 = h.\operatorname{sen}^2\alpha.$$

209) Quello che si è detto di un corpo qualunque possiamo applicarlo all'acqua che scorre per un tubo; quella porzione della medesima, che si incanalerà per un secondo tubo formante angolo α col primo, soffrirà una perdita in altezza generatrice della velocità, ossia in carico, espressa da $h.\operatorname{sen}^2\alpha$.

Se, come d'ordinario succede, il secondo tubo si stacca dal primo sotto un angolo retto, per cui sia $\alpha = 90^\circ$, allora la perdita sarà espressa da h; non conserva quindi alcuna porzione della velocità primitiva, e l'acqua entra nel secondo tubo unicamente in virtù della pressione che ha luogo nel condotto in faccia al punto ove si spicca il tubo secondario: l'altezza di questa pressione esprimerà il carico dell'acqua all'imboccatura del tubo medesimo.

210) Molto incerta è la stima della perdita dovuta alla erogazione. Non si hanno in proposito che due esperienze dei sigg. Mallet e Génieys, dalle quali risulta che essa è circa due volte l'altezza dovuta alla velocità dell'acqua nel tubo secondario, cosicchè, se dicasi u una tale velocità, la perdita dovuta all'erogazione sarebbe $2.\frac{u^2}{2g}$.

In mancanza di meglio, e fino a che nuove esperienze non rischiarino maggiormente la questione, noi ammetteremo il risultamento superiore.

211) Sorge ora naturalmente la questione, se in un sistema di tubi non si abbiano a temere altre perdite oltre quelle accennate fin qui. Il D'Aubuisson nel suo corso d'idraulica, e nella sua teoria del movimento dell'acqua pei tubi crede poter ammettere che non abbiano luogo altre resistenze, e che l'effetto delle diramazioni non si faccia sentire menomamente

sul tubo primario. A questa supposizione contradicono però le esperienze istesse da lui istituite (*), e dalle quali invece risulta una tale influenza essere sensibilissima; ma la mancanza di dati precisi ci mette nell'impossibilità di determinarne il valore. Sembra da queste esperienze che la portata generale di tutto il sistema cresca a misura che si aumentano le derivazioni laterali; questo aumento però non dovrebbe aver luogo se non fino ad un certo limite, oltre il quale la quantità totale estratta potrebbe anche rimanere costante; nulla però si può dire nè su queste variazioni, nè sul limite ultimo al quale saranno per arrestarsi.

Ne conchiuderemo che la teoria e l'esperienza sono molto incerte relativamente alle resistenze occasionate dalle diramazioni, e che il problema è tuttora avvolto in forti incertezze.

CAPITOLO VI.

Equazioni del movimento dell'acqua in un condotto semplice, e questioni relative

212) Analizzate così la varie resistenze che hanno luogo per l'acqua scorrente per entro ai lunghi tubi di condotta, passiamo ora a ricercare le formole che regolano il suo movimento, onde col loro mezzo farci strada alla risoluzione delle varie questioni che si possono proporre in proposito. Cominceremo dal caso più semplice, che è quello in cui si abbia un solo condotto, che ricevendo l'acqua in un punto la trasporti tutta ad un altro ove succede il versamento. Indicheremo costantemente con

H il carico, ossia la depressione del punto di versamento sotto il livello dell'acqua nella conserva;

v la velocità media dell'acqua scorrente pel tubo;

V la velocità dell'acqua alla bocca di efflusso;

L la lunghezza totale del tubo;

(*) Traité d'hydraulique ec. Seconde édition, pag. 258.

Q la portata in un secondo sessagesimale di tempo medio;
D il diametro del tubo;
$m\,d$ il diametro della bocca di efflusso; esso eguaglierà D quando la bocca sia libera; nel caso di bocca modificata d sarà il diametro di efflusso, m un coefficiente di contrazione che dovrà prendersi quale compete alla natura della bocca di efflusso.

213) Se non vi fossero resistenze di sorta l'acqua dovrebbe fluire dalla bocca di erogazione con velocità dovuta all'altezza H, invece sorte con velocità V, la quale è dovuta ad un carico $\frac{V^2}{2g}$; l'acqua ha dunque perduto, in virtù delle resistenze, in carico di efflusso la quantità

$$H - \frac{V^2}{2g},$$

quantità la quale dovrà pure misurare la totalità delle perdite dovute alle resistenze; cosicchè se indichiamo con R la somma delle perdite sofferte, valutata ciascuna in altezza, sarà

$$(1)\cdot H - \frac{V^2}{2g} = R.$$

214) Per quanto abbiam detto di sopra R si comporrà delle perdite dovute all'attrito, di quelle portate dai gomiti, e finalmente di quelle occasionate dalle strozzature o varici. Siccome però in un condotto ben costruito non si avranno giammai tali allargamenti o restringimenti della sezione, così in esso non vi riscontreremo se non se le due prime, ed avrassi

$$R = a\,\frac{4\,L}{D}\,(v^2 + b\,v) + K.\,v^2\,\Sigma\cdot n\,\mathrm{sen}^2 i.$$

Siccome poi per la legge del Castelli è

$$V = \frac{D^2}{m\,d^2}\cdot v,$$

così sostituendo nella (1) si avrà

$$(2)\ H - \frac{D^4}{m^2\,d^4}\cdot\frac{v^2}{2g} = a.\,\frac{4\,L}{D}\,(v^2 + b\,v) + K.\,v^2\,\Sigma.\,n\,\mathrm{sen}^2 i.$$

Sarà poi

$$(3)\cdot Q = \frac{1}{4}\,\pi.\,D^2.\,v,$$

dalla quale ricavato il valore di v, sostituitolo nella (2), ed eseguite le riduzioni numeriche, avremo

$$(4)\quad H-\frac{1,6212}{2g}\cdot\frac{Q^2}{m^2d^4}=6,4846.a\frac{L}{D^5}(Q^2+0,7854.b.Q.D^2)$$
$$+1,6212.K.\frac{Q^2}{D^4}\Sigma\, n.\text{sen}^2 i.$$

Se la bocca è intieramente libera, allora basterà porre nelle equazioni superiori D^4 in luogo di $m^2 d^4$.

(215) Quando fra i dati della questione siavi il diametro D del tubo, allora i coefficienti a e b e il termine $\Sigma n.\text{sen}^2 i$ saranno quantità intieramente note, e le equazioni superiori serviranno a determinare quelle tuttora incognite, purchè il loro numero non sia maggiore di due, avendosi due sole equazioni distinte. Se però il diametro D è incognito, allora sarebbe impossibile procedere al calcolo del termine $\Sigma n.\text{sen}^2 i$, e converrebbe per le resistenze d'attrito adottare invece la formola del num. 193. Tratteremo in appresso di questa questione, intanto ci occuperemo a risolvere quei problemi dove si ammette noto il diametro.

216) Le quantità che entrano nelle nostre formole sono

$$H,\ L,\ D,\ md,\ v,\ Q;$$

di queste quantità, in tubo già costruito, interessa determinare principalmente Q, cioè la portata tubo, e alcune volte md, cioè la forma e il diametro della bocca di efflusso.

L'equazione (4) ordinata rapporto Q diventa

$$(5)\left\{\frac{1,6212}{2g}\cdot\frac{D^5}{m^2d^4}+6,4846.a.L+1,6212.K.D.\Sigma.n\text{sen}^2 i\right\}Q^2$$
$$+5,093.ab.LD^2.Q=H.D^5,$$

equazione del secondo grado, di immediata risoluzione.

Determinato Q si avrà tosto il valore di v dalla (3).

217) Allorchè non vi sieno gomiti, o il loro effetto sia insensibile, come succede quando il raggio del gomito sia abbastanza grande, l'equazione superiore diventa

$$\left\{\frac{1,6212}{2g}\cdot\frac{D^5}{m^2d^4}+6,4846aL\right\}Q^2+5,093.ab.LD^2.Q=H.D^5,$$

la quale divisa tutta per $6,4846.a$, somministra

$$\left\{L+0,25.\frac{D^5}{2g.a.m^2d^4}\right\}Q^2+0,7854.b.L.D^2.Q=0,1542.\frac{H.D^5}{a}.$$

In questa equazione quando il tubo sia molto lungo, il termine

$$0,25.\frac{D^5}{2ga.m^2d^4},$$

è generalmente trascurabile in confronto di L, con ciò si ottiene

$$Q^2+0,7854.b.D^2.Q=0,1542.\frac{H.D^5}{a.L},$$

da cui finalmente

$$(6)\quad Q=0,3927\,b.D^2\left\{\sqrt{1+\frac{H.D}{a\,b^2L}}-1\right\}.$$

Allorchè la velocità sia molto forte, si può fare anche astrazione dal termine contenente la semplice velocità, ciò torna lo stesso come porre $b=0$ nella penultima equazione, essa allora diventa

$$Q^2=0,1542.\frac{H.D^5}{a\,L}.$$

Prendendo per a il valore di α del num. 193, leggermente aumentato per compensare in qualche modo la trascuranza del secondo termine, porremo

$$a=0,0003.$$

Questo valore somministra

$$(7)\quad Q=22,67\sqrt{\frac{H.D^5}{L}}.$$

Formola, la quale non si adoprerà che per velocità molto forti e superiori ad un metro al secondo.

Esemp. Si domanda la portata di un tubo di 0,13535 di diametro, lungo metri 2280,40 sotto il carico di 0,67675. Il tubo non ha alcun gomito il cui effetto possa esser sensibile. Avremo

$$D=0,13535,\ L=2280,4,\ H=0,67675;$$

dalla tavola del num. 190 dedurremo

$$a=0,00028659,\ ab=0,00002807,$$

sarà di più $\Sigma.n.\text{sen}^2 i=0$.

Con questi dati l'equazione (5) diventa

$$4,249.\,Q^2+0,005972.\,Q=0,00003074,$$

ossia

$$Q^2+0,001405.\,Q=0,000007235.$$

Da questa avremo

$$Q=-0,000702+\sqrt{0,00000774},$$

ossia

$$Q=0,002079.$$

L'esperienza avea somministrato

$$Q=0,002073,$$

è la prima fra le esperienze del Couplet.

218) Allorchè sia incognito d, converrà conoscere la forma del tubo addizionale impiegato, dalla qual forma, per ciò che si è detto nella foronomia, dedurremo il valore del coefficiente m di riduzione; noto m l'equazione (4) somministra immediatamente

(8)

$$d=\sqrt[4]{\left\{\frac{1,6212.\,Q^2D^5}{2gm^2\left\{HD^5-6,4846(Q^2+0,7854.bQD^2)a.L-1,6212.K.Q^2D.\Sigma n\,\mathrm{sen}^2 i\right\}}\right\}}.$$

219) Allorchè sia ignoto il diametro abbiamo veduto che la formola la più propria cui appigliarsi pel calcolo delle resistenze d'attrito, è quella del num. 193 coi coefficienti α e β là registrati. Con questa l'equazione fondamentale (1) diventa

$$H-\frac{D^4}{m^2d^4}.\frac{v^2}{2g}=\alpha.\frac{4L}{D}v^2+\beta.\frac{4L}{D\sqrt{D}}v+K.v^2\Sigma n\,\mathrm{sen}^2 i,$$

ossia introducendovi la portata

$$(9)\;H-\frac{1,6212}{2g}.\frac{Q^2}{m^2d^4}=6,4846.\frac{\alpha.L.Q^2}{D^5}+5,093.\frac{\beta.L.Q}{D^3\sqrt{D}}$$

$$+1,6212\frac{Q^2}{D^4}\Sigma n.\mathrm{sen}^2 i.$$

Per determinare D si comincierà prima dal trascurare le resistenze portate dai gomiti, con che l'equazione si riduce alla seguente

$$(10)\;H-\frac{1,6212}{2g}.\frac{Q^2}{m^2d^4}=6,4846\frac{\alpha.L.Q^2}{D^5}+5,093\frac{\beta.L.Q}{D^3\sqrt{D}};$$

si risolverà questa col mezzo di tentativi, e trovato un valore di D che vi soddisfa, con questo valore di D si calcolerà il termine $\Sigma n.\,\text{sen}^2 i$, e allora si procederà al calcolo dell'equazione completa superiore, calcolo che si farà facilmente avvertendo che il valore giusto di D sarà di poco maggiore di quello ritrovato col calcolo della (10).

Assegnato un primo valore di D, si potrà adoperare l'equazione più rigorosa (4), nella quale si porranno quei valori dei coefficienti che competono al valore prossimo di D precedentemente determinato.

Per maggiore intelligenza soggiungo qui un esempio numerico.

220) Esemp. Si domanda quale diametro si deva dare ad un tubo di condotta il quale deve portare metri cub. 0,012 di acqua ad una distanza di metri 528 sotto il carico di metri 10, e versando l'acqua per un rubinetto cilindrico del diametro di 0,05. Le circostanze del terreno obbligano a costruire due gomiti, l'uno di 90° e con raggio 3, l'altro di 58° con raggio 2,84.

Coi dati precedenti, e coi valori di α e β del num. 193, l'equazione (10) diventa

$$7{,}1676 = \frac{0{,}0001302}{D^5} + \frac{0{,}0003308}{D^3\sqrt{D}},$$

da cui, liberando dalle frazioni

$$D^5 = 0{,}00001817 + 0{,}00004615.\,D.\sqrt{D}.$$

Per una prima approssimazione trascureremo il termine del secondo membro contenente D, e prenderemo

$$D_1^5 = 0{,}00001817,$$

da cui

$$D_1 = 0{,}1126.$$

Si ponga questo valore di D_1 nel secondo membro in luogo di D, si avrà

$$D_2^5 = 0{,}000019915,$$

da cui

$$D_2 = 0{,}1147.$$

Con questo valore di D_2 si otterrà

$$D_3^5 = 0{,}00001996,$$

da cui

$$D_3 = 0{,}1148.$$

A questo si fermeremo, e con tal valore di D ci faremo ora a calcolare le resistenze dovute ai gomiti.

Dalle formole del num. 197 avremo, pel primo gomito

$$\text{sen}^2\, i = 0{,}03791, \quad \text{quindi} \quad i = 11^\circ\, 13' \text{ ed } n = 4;$$

da ciò

$$n.\ \text{sen}^2\, i = 0{,}1516,$$

pel secondo sarà

$$\text{sen}^2\, i = 0{,}04003, \quad \text{quindi} \quad i = 11^\circ\, 33' \text{ ed } n = 5,$$

da cui

$$n.\ \text{sen}^2\, i = 0{,}2001.$$

Avremo quindi, sommando i due valori precedenti

$$\Sigma.\ n\ \text{sen}^2\, i = 0{,}3517.$$

Per procedere al calcolo ulteriore del diametro adopreremo l'equazione (4) coi coefficienti della tabella del num. 192, pei quali prenderemo i più prossimi, cioè quelli corrispondenti al diametro 0,13, ossia

$$a = 0{,}00028659; \quad b = 0{,}09794; \quad a\,b = 0{,}00002807.$$

Coi dati superiori e con questi coefficienti l'equazione (4) diventa

$$7{,}1676 = \frac{0{,}0001413}{D^5} + \frac{0{,}0009058}{D^3} + \frac{0{,}00000101}{D^4},$$

ossia, liberando dalle frazioni,

$$D^5 = 0{,}00001971 + 0{,}00012637.\ D^2 + 0{,}00000014.\ D.$$

Per una prima approssimazione porremo nel secondo membro il valore di D superiormente assegnato, con che si otterrà

$$D_1^5 = 0{,}00002139,$$

da cui

$$D_1 = 0{,}1164,$$

con questo valore si avrà

$$D_2^5 = 0{,}00002144,$$

donde

$$D_2 = 0{,}1165.$$

Del qual ultimo valore potremo accontentarci. Il diametro da darsi al tubo sarà dunque definitivamente

$$D = 0{,}117.$$

CAPITOLO VII.

Equazioni del movimento dell'acqua in un condotto composto, e questioni relative

221) Succede ben raramente che si abbia un solo punto di versamento, e quindi un solo tubo il quale porti alla sua estremità tutta l'acqua ricevuta all'origine; il più delle volte da varii punti della sua lunghezza si staccano de' nuovi condotti, da cui se ne diramano altri di terzo ordine ec., e col cui mezzo si viene a distribuire l'acqua erogata dalla conserva su tutti quei punti ove si voller fissati i versamenti parziali.

Il problema di cui ora tentiamo di dare una qualche risoluzione consiste nel determinare le circostanze del moto dell'acqua nelle differenti parti di un tale sistema, e ciò mediante la conoscenza delle dimensioni e delle posizioni rispettive delle parti medesime.

222) Molte e fortissime difficoltà si attraversano alla risoluzione del problema enunciato. Per ben comprenderle fissiamo la nostra attenzione sopra le resistenze che si oppongono al movimento dell'acqua per entro a un condotto composto. Di queste resistenze la prima, cioè quella dovuta all' attrito, è bene determinata, e noi possiamo francamente affidarci alla formola da cui vien misurata la perdita dalla medesima arrecata. La seconda, cioè quella dovuta ai gomiti, comincia già ad essere involta in qualche incertezza, ma fortunatamente una tale resistenza è assai piccola, nè può condurre ad errore valutabile nel finale risultamento. L'influenza della terza, ossia delle strozzature e varici, convien pur dire esserci ignota, ma perchè fortissima, non si troverà mai in un nuovo condotto, dal quale queste strozzature e varici devono essere intieramente allontanate. La quarta perdita dovuta al mutamento di direzione ed all'erogazione, influentissima in un condotto composto, ci è quasi intieramente ignota; con ragionamento ed esperienze egualmente incerte se ne è determinata una parte,

ma l'altra, cioè l'influenza arrecata sul condotto primario, e che potrebbe forse essere sensibilissima, è avvolta tuttora da densissime tenebre: si volle schivare la difficoltà direttamente negandone l'esistenza, ma il fatto sta contro una tale supposizione, e nulla possiam ricavare dalle esperienze del d'Aubuisson, perchè mancano i dati da cui trar lume nella ricerca.

Ho premesso questo acciocchè si stimi convenientemente il grado di fiducia che merita la soluzione dell'enunciato problema che ora son per soggiungere. In essa si ammette nulla l'influenza della diramazione sul tubo primario, si ritiene abbastanza avverata la misura della perdita dovuta al mutamento di direzione ed all'erogazione; nella mancanza di dati è l'unica cosa che possa farsi; ma i risultamenti a cui saremo per pervenire vanno però largamente interpretati e come una prima approssimazione, utile soltanto in ciò, in quanto che senz'essa si sarebbe intieramente all'oscuro, e ci vedressimo costretti ad affidarci unicamente alla sorte.

223) Sia AB (fig. 26) il condotto primario da cui al punto B si stacchi il condotto secondario BC, e da questo al punto C quello di terzo ordine CE ec., cerchiamo quale sarà l'equazione del moto dell'acqua nel condotto dell'ennesimo ordine, che supporremo essere FO; le quantità L, H, D, v, d si riferiranno a quest'ultimo tubo di cui O sarà il punto di versamento. Essendo H la depressione del punto O sotto il livello dell'acqua nella conserva, $v\frac{D^2}{md^2}$ la velocità dell'efflusso in O, la perdita totale in carico sofferta dall'acqua per giungere da A in O sarà evidentemente espressa da

$$H-\frac{D^4}{m^2d^4}\cdot\frac{v^2}{2g},$$

e questa quantità misurerà pure la somma di tutte le perdite in carico sofferte dall'acqua. Se indichiamo con $\Sigma.R$ la somma totale di queste perdite, avremo pel tubo FO l'equazione

$$H-\frac{D^4}{m^2.d^4}\cdot\frac{v^2}{2g}=\Sigma.R,$$

e tutta la difficoltà sarà ricondotta alla determinazione di $\Sigma. R$.

224) A quest'uopo essendo tutto noto nel sistema precedentemente ad FO, basterà seguire attentamente la strada percorsa dall'acqua per giungere in O.

Da A in B essa non soffre altra perdita che quella d'attrito e dei gomiti pel tratto AB, perdita che sapremo calcolare essendo nota la portata del tubo AB, il suo diametro, l'angolo e il raggio dei gomiti, nonchè la lunghezza del tratto AB; esprimeremo questa prima perdita con r_1. Giunta l'acqua in B per incanalarsi secondo BC prova una perdita dovuta al mutamento di direzione in B, una dovuta all'erogazione; si calcolerà la prima dall'angolo ABC noto, e dalla nota velocità dell'acqua nel tubo AB, la seconda dalla velocità dell'acqua in BC pur nota; diremo r_2, r_3 ordinatamente queste due perdite. Da B in C soffrirà la perdita d'attrito e dei gomiti pel tratto BC, perdite facilmente calcolabili, e la cui somma indicheremo con r_4. Pervenuta in C qui soffrirà la perdita dovuta al mutamento di direzione ed all'erogazione, r_5, r_6; poi quella d'attrito e gomiti pel tratto CF, r_7 ec. Così progredendo di diramazione in diramazione giungeremo finalmente all'imboccatura F del condotto dell'ennesimo ordine FO: qui l'acqua soffrirà una perdita dovuta al cambiamento di direzione che si stimerà dall'angolo noto EFG e dalla velocità pur nota in EF, la diremo r_m; poi una dovuta all'erogazione che sarà espressa da

$$2.\frac{v^2}{2g};$$

poi quella d'attrito pel tratto da F in O che sarà misurata da

$$\alpha.\frac{4L}{D}v^2+\beta.\frac{4L}{D\sqrt{D}}.v,$$

essendo una tal formola più che sufficiente nel caso che ora trattiamo; finalmente quella dei gomiti che vi potessero essere in FO e che viene misurata da

$$K.v^2\,\Sigma.n.\operatorname{sen}^2 i.$$

Avremo quindi

$$\Sigma . R = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + \ldots + r_m +$$
$$+ \frac{2v^2}{2g} + \alpha \frac{4L}{D} v^2 + \beta \frac{4L}{D\sqrt{D}} . v + K . v^2 \Sigma n . \text{sen}^2 i,$$

ossia, ponendo

$$[R] = r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_m,$$

sarà

$$\Sigma . R = [R] + \frac{2 . v^2}{2g} + \alpha \frac{4L}{D} v^2 + \beta \frac{4L}{D\sqrt{D}} . v + K . v^2 \Sigma n . \text{sen}^2 i.$$

225) Per quanto si è detto, sarà

$$H - \frac{D^4}{m^2 d^4} \cdot \frac{v^2}{2g} = [R] + \frac{2 . v^2}{2g} + \alpha . \frac{4L}{D} v^2 + \beta . \frac{4L}{D\sqrt{D}} v + K . v^2 \Sigma n . \text{sen}^2 i,$$

e introducendo la portata e ordinando

$$H - [R] = \frac{64 . \alpha}{\pi^2} \cdot \frac{L . Q^2}{D^5} + \frac{32}{2g . \pi^2} \cdot \frac{Q^2}{D^4} + \frac{16 . \beta}{\pi} \cdot \frac{L . Q}{D^3\sqrt{D}} +$$
$$+ \frac{16.}{2g . \pi^2} \cdot \frac{Q^2}{m^2 d^4} + \frac{16 . K}{\pi^2} \cdot \frac{Q^2}{D^4} . \Sigma . n . \text{sen}^2 i.$$

In questa equazione ponendo i rispettivi valori numerici di α, β, $2g$, π, ed eseguendo le operazioni indicate, avremo

$$\text{(A)} \; H - [R] = 0{,}001713 . \frac{L . Q^2}{D^5} + 0{,}16533 \frac{Q^2}{D^4} +$$
$$+ 0{,}0000522 . \frac{L . Q}{D^3\sqrt{D}} + 0{,}08266 \frac{Q^2}{m^2 d^4} + 0{,}01994 \frac{Q^2}{D^4} \Sigma n \, \text{sen}^2 i;$$

se la bocca è libera converrà porre $m^2 d^4 = D^4$.

Tornando comodo per le applicazioni avere i logaritmi dei coefficienti numerici dell'equazione superiore, la rescrivo ponendo i logaritmi in luogo dei coefficienti

$$\text{(A)} \; H - [R] = (7{,}23373) \frac{L . Q^2}{D^5} + (9{,}21834) \frac{Q^2}{D^4} +$$
$$+ (5{,}71774) \frac{L . Q}{D^3\sqrt{D}} + (8{,}91732) \frac{Q^2}{m^2 d^4} + (8{,}29973) \frac{Q^2}{D^4} \Sigma n . \text{sen}^2 i.$$

Questa equazione non differisce in sostanza da quelle del Capitolo V; e quindi potremo a questa pure applicare le con-

siderazioni e i calcoli fatti sulle medesime. L'equazione (A) trattata come quelle del citato capitolo, ci farà conoscere v e quindi Q quando sieno note le quantità H, c, L, D; e inversamente D quando quest'ultima quantità sia l'incognita della questione. Un esempio numerico che aggiungerò in fine porrà maggiormente in istato di conoscere lo spirito della soluzione data, e il modo di condurla al suo termine.

226) Prima però di procedere a questo è mestieri che noi facciam qui luogo ad alcune importantissime osservazioni.

Le resistenze sofferte dall'acqua nel suo movimento essendo molte e fortissime per poche diramazioni che si abbiano, il carico che rimane attivo nelle ultime è così piccola cosa che ci obbligherebbe all'uso di diametri grandissimi per avere pochissima acqua, e gli ultimi tubi non verrebbero nemmeno riempiuti dall'acqua medesima. Ora è évidente non potersi fare il diametro di una diramazione maggiore di quello del tubo da cui si dirama, senza esporsi a far sì che l'acqua della diramazione non empia il tubo, contro la supposizione fondamentale su cui sono basate le formole.

Per ischivare un tale inconveniente si usa nella pratica stabilire dei così detti *punti principali di versamento*, che sono come altrettante conserve alle quali viene condotta l'acqua dai tubi primarii e dalle quali se ne diramano altri destinati a condurla a punti fissati di versamento, e si adopera il minor numero di diramazioni conciliabile col servigio e colla spesa. Di più nello stabilimento di quei punti principali di versamento si cerca di perdere il meno che si può in carico, acciocchè ne rimanga effettivo il più possibile pei tubi che da essi vengono diramati. Interessa a quest'uopo risolvere il problema seguente.

Qual diametro deve darsi ad un tubo di condotta a punto di versamento principale, e quale altezza a quest'ultimo punto, perchè venga quivi condotta una determinata quantità di acqua e la perdita in carico sia pure una quantità determinata?

Per procedere alla risoluzione di questo problema basta ri-

cordare che la perdita in altezza dovuta alle resistenze lungo il tubo primario, è espressa da

$$\alpha.\frac{4L}{D}.v^2+\beta.\frac{4L}{D\sqrt{D}}.v+K.v^2\Sigma.n.\text{sen}^2 i,$$

e che, se diciamo H_1 l'altezza del punto di versamento principale, la perdita è d'altra parte misurata da

$$H-H_1-\frac{v^2}{2g}.$$

Detta quindi p la perdita in carico stabilita, avremo, trascurando la resistenza dei gomiti come piccolissima,

$$\alpha\frac{4L}{D}.v^2+\beta.\frac{4L}{D\sqrt{D}}v=p;$$

$$H-H_1-\frac{v^2}{2g}=p;$$

ossia introducendo la portata ed eseguite le riduzioni numeriche

$$\text{(B)}\quad 0{,}001713.\frac{L.Q^2}{D^5}+0{,}00005221.\frac{L.Q}{D^3\sqrt{D}}=p,$$

$$\text{(C)}\quad H_1=H-p-0{,}08266.\frac{Q^2}{D^4}.$$

227) In secondo luogo convien ricordare che le formole stabilite da noi per un sistema di condotti vanno interpretate colla massima larghezza, e che quelle pei tubi semplici esigono che non sianvi in alcun punto strozzature o varici. Ora è difficile evitare de' salti bruschi ai punti di congiungimento, e di più le acque stesse trasportano seco alcuna volta delle terre che lasciano depositare sul fondo dei tubi, dando origine a strozzature più o meno grandi, più o meno nocive. Sarebbe impossibile lo stabilire una regola generale per valutare le resistenze occasionate da queste cause; la regola suggerita dal d'Aubuisson è la seguente: si aumenti di un terzo la quantità di acqua che si vuole erogare, e si stabiliscano i calcoli in tale ipotesi. È con una tale latitudine che l'ingegnere incaricato di proiettare o d'eseguire un piano di distribuzione di acque,

deve impiegare le formole da noi esposte superiormente; e lo ripeto, ritenere i risultamenti cui esse conducono solo come una prima approssimazione, come una norma che si adotta soltanto nell'impossibilità di far meglio.

228) Perchè il sistema di distribuzione sia buono, si esige finalmente che l'acqua non abbia mai a mancare ai punti di versamento principale, locchè si ottiene conducendo l'acqua ai medesimi spartita in due tubi, acciocchè se l'uno avesse a guastarsi ed esigesse delle riparazioni, sopperisca intanto l'altro almeno in parte al bisogno.

229) Esemp. Dal condotto principale AB (fig. 27) destinato a portar l'acqua ad un punto B di versamento primario, si vuol derivare una determinata quantità di acqua per condurla ai due punti di versamento parziale D ed F. Si stabilisce per ciò il tubo secondario CD, da cui si dirama il tubo di terz' ordine FE. I dati della questione sono i seguenti.

Al punto B si vogliono met. cub. 0,022 di acqua, e la perdita in carico di un metro soltanto: la lunghezza AB è met. 1583, ed è mestieri costruire un gomito in A di 90° con raggio di metri 1,43. La diramazione CD si stabilisce alla distanza $AC = 429^m$, e ad angolo retto in C: il punto D è depresso met. 10,214 sotto il livello dell'acqua nella conserva, si ha $CD = 318^m$, e si domandano in D met. cub. 0,009 di acqua. Per la diramazione FE il terreno ci obbliga ad un angolo in E di 68°, e ad un gomito in g di 108° con raggio di $2^m,14$; la lunghezza totale FE è 414^m, la CE è 209^m; si vogliono in F $0,005^{m \cdot c}$, essendo il carico al punto medesimo met. 14,572. In B e D la bocca è libera, in F è munita di rubinetto cilindrico del diametro di $0^m,035$.

Si domanda il diametro da darsi a ciascuno dei tubi, non che la differenza di altezza fra il punto B di versamento primario, e il livello dell'acqua nella conserva.

Comincieremo col determinarsi il diametro del tubo AB. Per questo abbiamo, dovendo esso portar tutta l'acqua,

$$Q = 0,036, \quad L = 1583, \quad p = 1.$$

Sostituite queste quantità nell'equazione (B) essa diventa

$$\frac{0,003514}{D^5} + \frac{0,002975}{D^3\sqrt{D}} = 1,$$

da cui ordinando per l'incognita D,

$$D^5 = 0,003514 + 0,002975\, D\sqrt{D}.$$

Seguiremo per determinar D il metodo adottato nell'esempio del numero 220, che è il più spedito attesa la piccolezza di D_1. Per ciò avremo

$$D_1^5 = 0{,}003514 \quad \text{da cui} \quad D_1 = 0{,}3230.$$

Sostituito questo valore di D nel secondo membro della superiore, si avrà

$$D_2^5 = 0{,}004060 \quad \text{da cui} \quad D_2 = 0{,}3325,$$

quindi

$$D_3^5 = 0{,}004084 \quad \text{"} \quad D_3 = 0{,}3328,$$

e definitivamente

$$D = 0{,}333.$$

Dalla (C) si avrà poi

$$H - H_1 = 1 + 0{,}0827 \frac{\overline{0{,}036}^2}{\overline{0{,}333}^4} = 1{,}0087.$$

Veniamo ora alla prima diramazione CD. Questa da C in E deve portare tutta l'acqua che si vuole in D ed in F, cioè met. cub. 0,014, e su tal dato appunto converrà stabilire il diametro del tubo CD.

Per ciò, conviene prima calcolare tutte le perdite fino in C, compresovi il mutamento di direzione al punto medesimo. Avremo

$$Q = 0{,}036 \quad L = 429.$$

Quindi

Perdita d'attrito da A in C

$$\left\{0{,}001713 . \frac{L . Q^2}{D^5} + 0{,}0000522 \frac{L . Q}{D_3 \sqrt{D}}\right\} = 0{,}2362$$

Perdita pel gomito in A

$$\left\{0{,}01994 . \frac{Q^2}{D^4} . n . \text{sen}^2 i\right\} \ldots\ldots\ldots = 0{,}0009$$

Si avrà $n = 2$ $i = 27° 43'$.

Perdita pel mutamento di direzione in C

$$\left\{0{,}08266 . \frac{Q^2}{D^4} . \text{sen}^2 \alpha\right\} \ldots\ldots\ldots = 0{,}0087$$

è $\alpha = 90°$,

Quindi . . . . . $(R) = 0{,}2458$

Avremo

$$H - (R) = 2{,}968, \quad Q = 0{,}014, \quad L = 318; \quad m d^2 = D^2 .$$

Con tali dati l'equazione (A), ordinata per D, diventa

$$D^5 = 0{,}00001071 + 0{,}000004876 . D + 0{,}00002331 . D . \sqrt{D}.$$

Progredendo come superiormente avrassi

$$D_1^5 = 0{,}00001071 \quad \text{da cui} \quad D_1 = 0{,}1014$$
$$D_2^5 = 0{,}00001196 \quad \text{»} \quad D_2 = 0{,}1036$$
$$D_3^5 = 0{,}00001199 \quad \text{»} \quad D_3 = 0{,}1037.$$

Assumeremo quindi

$$D = 0{,}104.$$

Resta ora la diramazione FE.

Dal calcolo precedente abbiamo tutte le perdite fino in C, compresavi quella dovuta al mutamento di direzione. $= 0{,}2458$

Perdita d'erogazione in $C \left\{ 0{,}1653 . \frac{Q^2}{D^4} \right\}$ . . . . $= 0{,}2802$

Perdita d'attrito da C in E. . . . . $= 6{,}2757$

Perdita pel mutamento di direzione in E. . . . . $= 0{,}1204$

(R) $= 6{,}9221$

Avremo dunque

$$H-(R) = 7{,}650, \quad Q = 0{,}005, \quad L = 414, \quad m = 0{,}82, \quad d = 0{,}035.$$

Sostituendo queste quantità nell'equazione (A), e trascurando in una prima approssimazione la perdita dovuta ai gomiti, essa diventa

$$D^5 = 0{,}000003165 + 0{,}0000007378 . D + 0{,}00001929 . D\sqrt{D},$$

da questa si avrà

$$D_1^5 = 0{,}000003165 \quad \text{da cui} \quad D_1 = 0{,}07944$$
$$D_2^5 = 0{,}000003556 \quad \text{»} \quad D_2 = 0{,}08137.$$

Con quest'ultimo valore di D calcolando la perdita dovuta al gomito in g, si troverà

$$i = 11^\circ 6' \quad n = 4,$$

donde la perdita dovuta al gomito sarà

$$\frac{0{,}0000000740}{D^4}.$$

Introducendo quest'ultima perdita nell'equazione superiore, essa diventa

$$D^5 = 0{,}000003165 + 0{,}0000008118 . D + 0{,}00001929 . D\sqrt{D}.$$

Ponendo nel secondo membro l'ultimo valore di D superiormente trovato, si avrà

$$D_3^5 = 0{,}000003679 \quad \text{da cui} \quad D_3 = 0{,}08188$$
$$D_4^5 = 0{,}000003683 \quad \text{»} \quad D_4 = 0{,}08189.$$

Per cui potremo stabilire

$$D = 0{,}082.$$

Avremo dunque

Pel condotto primario $D = 0,333$, $H - H_1 = 1,0087$

Per la prima diramazione $CD : D = 0,104$

Per la seconda diramazione $FE : D = 0,082$.

CAPITOLO VIII.

Della pressione dell'acqua sulle pareti dei condotti, e dei piezometri (*)

130) Immaginiamo che al punto B (fig. 28) della parete verticale di una conserva a livello invariabile AA' sia adattato un tubo orizzontale qualunque BC, lungo il quale sieno disposti dei tubetti verticali $M'M$, $N'N$ ec. comunicanti in M, N ec. col tubo medesimo. Se la bocca C di efflusso fosse intieramente chiusa, e quindi stagnante l'acqua nella conserva e nel condotto, essa si eleverebbe ne' tubi verticali fino in M', N' allo stesso livello dell'acqua nella conserva. Che se invece la bocca C fosse intieramente aperta, e non vi fossero nè contrazione, nè resistenze, l'acqua fluirebbe da C e si moverebbe pel tubo con velocità dovuta al carico AB; tutta la forza si eserciterebbe parallelamente all'asse del tubo; sarebbe nulla la pressione perpendicolare al medesimo; e il fluido dei tubi $M'M$, $N'N$ si abbasserebbe fino alla parete superiore del condotto. Se poi in luogo di aprir tutta la bocca, non si dia sfogo all'acqua che per porzione soltanto della stessa, allora l'acqua fluirà bensì da questa porzione con velocità dovuta al carico AB, ma la velocità con cui essa scorrerà nell'interno del tubo riescirà notabilmente minore, e precisamente secondo il rapporto inverso delle sezioni. Se è v una tale velocità, la porzione del carico a cui essa è dovuta sarà $\frac{v^2}{2g}$; e questa porzione soltanto si eserciterà parallelamente all'asse, mentre

(*) Da πιεσις πιεσεος pressione e μετρων misura.

che la rimanente premerà in tutti i sensi con una forza che sarà misurata dal carico residuo, cioè da

$$H - \frac{v^2}{2g}.$$

Nei tubi M ed N l'acqua dunque si eleverà, e precisamente di tanto, di quanto è mestieri perchè il suo peso faccia equilibrio a questa pressione.

Da ciò discende il principio seguente, dovuto originariamente al Bernoully, e da lui posto a fondamento della sua *Idraulico-statica*, cioè: «La pressione che l'acqua in movimento per entro un tubo esercita contro un punto qualunque delle sue pareti, è eguale all'altezza idrostatica su questo punto diminuita dell'altezza dovuta alla velocità con cui essa corre pel tubo medesimo».

231) Ecco alcune esperienze del Venturi che dimostrano il teorema enunciato (*).

Adattò egli un tubo cilindrico $ABGH$ (fig. 29) al foro AB scolpito nella parete verticale di un recipiente, al qual tubo in E, punto della massima contrazione, applicò un secondo cannello di vetro ricurvo, di cui l'altra estremità si immergeva in una vasca M contenente dell'acqua colorata. Produsse l'efflusso sotto un carico $0^m,88$, e l'acqua colorata nel tubo si elevò all'altezza $0^m,65$.

Questo è il fatto; applichiamo a questa esperienza il teorema accennato. La velocità dell'efflusso dal tubo addizionale cilindrico abbiamo trovato essere $0,82.\sqrt{2g.H}$, e siccome le velocità sono in ragione inversa delle sezioni, quella al luogo di massima contrazione sarà

$$\frac{0,82.\sqrt{2g.H}}{0,62},$$

e quindi nel nostro caso l'altezza dovuta a questa velocità sarà

$$\left(\frac{0,82}{0,62}\right)^2 . 0,88 = 1,539.$$

(*) Recherches expérimentales sur la communication latérale du mouvement dans les fluides. 1797.

Quindi la pressione in E sarà la pressione atmosferica, che diremo K, più la pressione idrostatica meno l'altezza dovuta alla velocità, cioè

$$K+0,88-1,539=K-0,659.$$

In M la pressione è soltanto K, dunque l'acqua dovrà appunto elevarsi nel cannello di 0,659 come si è effetivamente osservato.

Ad un foro scolpito nella parete verticale di un vaso mantenuto costantemente pieno applicò il tubo addizionale conico divergente rappresentato nella fig. 30, e a questo tre cannelli D, K, L, i quali pescavano in una cassetta ripiena di mercurio: il primo era all'origine D punto di massima contrazione, il secondo K ad un terzo della sua lunghezza, l'ultimo L a due terzi. Durante l'efflusso il mercurio si innalzò nel tubo D metri 0,12, in K 0,046, in L 0,0158, cioè in colonne di acqua 1,63, 0,63, 0,215, l'efflusso si ottenne sotto un carico $0^m,88$. A questi dati conviene aggiungere che l'angolo di divergenza del tubo era $5°.44'$, e la sua lunghezza $0^m,176$, di più che il coefficiente della portata e quindi della velocità allo sbocco TT' fu trovato essere 1,02, e il diametro $CD=0^m,0338$.

Con questi dati avremo i diametri

$$KK'=0,0397,\ LL'=0,0455,\ TT'=0,0514,$$

la velocità $TT'=1,02.\sqrt{2g.0,88}$, e quindi l'altezza dovuta alla velocità pure in $TT'=0,9155$. Da ciò si deduce l'altezza cui è dovuta la velocità in $K=0,9155\left(\frac{TT'}{KK'}\right)^2=1,52$, e la pressione in $K=-0,64$, vicinissimo al numero trovato dall'esperienza. Non calcolo la pressione in D ed in L perchè incerta.

232) Avvalorato di tal modo il principio di Bernoully, cerchiamo ora quale sarà la pressione che l'acqua scorrente in un tubo esercita in un punto qualunque delle pareti del tubo medesimo.

A quest'uopo osserveremo che il detto principio non può essere menomamente alterato dalle resistenze, imperocchè

quest'ultime non fanno che diminuire il carico H, e quindi l'altezza idrostatica, cosicchè se r esprime la somma delle perdite sofferte in causa delle resistenze fino al punto che si considera, l'altezza idrostatica residua sarà $H-r$, e quindi, detta v la velocità dell'acqua, p la pressione in quel punto, sarà

$$(1)\quad p=H-r-\frac{v^2}{2g}.$$

233) Per figurarci più facilmente una tale pressione cerchiamo di rendercela sensibile agli occhi mediante una costruzione geometrica. Incominceremo dal supporre il tubo rettilineo e di uniforme diametro, cosicchè altre resistenze non vi abbiano oltre quelle dovute all'attrito lungo le pareti che, come sappiamo, danno origine ad una perdita proporzionale alla lunghezza che corre fra l'imboccatura del tubo e il punto che si considera.

Sia $A'A'$ (fig. 31) una orizzontale nel prolungamento della suprema superficie del liquido nella conserva, BC il condotto, M, N, Q i punti ove si domanda la pressione espressa in colonna di acqua. Se si prende una $Aa=\frac{v^2}{2g}$ e per a si conduce una orizzontale aa', le Mm', Nn', Qq' esprimeranno rispettivamente la quantità $H-\frac{v^2}{2g}$ riferita ai punti M, N, Q. Esprimendo poi con $a'a''$ la resistenza totale da B in C, e guidando la aa'' questa retta rappresenterà la scala delle resistenze, essendochè le $m'm''$, $n'n''$, $q'q''$, aa'' sono proporzionali rispettivamente alle lunghezze am', an', aq', aa', ossia alle BM, BN, BQ, BC. Ne discende che le Mm'', Nn'', Qq'' esprimeranno la quantità $H-r-\frac{v^2}{2g}$, cioè le pressioni in colonna di acqua, che si esercitano nei punti M, N, Q.

Se la bocca è libera allora, essendo $H-\frac{v^2}{2g}=R$, la pressione in C è nulla, la scala delle resistenze sarà rappresentata dalla $a'C$, e la pressione in M, N, Q dalle Mm''', Nn''', Qq'''.

Quando altra fosse la legge delle resistenze, allora la retta aa'' che ne rappresenta la scala, si muterebbe in linea spez-

zata o curva. Per es. suppongasi che nel tubo rappresentato nella fig. 32 riscontrinsi due gomiti, in M l'uno, l'altro in N, e che i tratti BM, MN, NC sieno rettilinei e di uniforme diametro; espressa con $m'm''$ la perdita dovuta all'attrito da B in M la scala delle resistenze per questo primo tratto sarà la $a m''$; se la resistenza pel gomito M sia misurata dalla $m''m'''$ e dalla $n'n''$ la perdita totale da B in N, la $m'''n''$ esprimerà la scala delle resistenze da M in N; così la $n'''a''$ quella da N in C se la $n''n'''$ misura la resistenza del gomito in N e la $a'a''$ la perdita totale da B in C: cosicchè la scala delle resistenze sarebbe espressa dalla linea spezzata $am''m'''n''n'''a''$.

234) Immaginiamo ora che nei punti q, r, p sieno praticati dei fori, e infissi nei medesimi dei cannelli di cristallo verticali; l'acqua verrà spinta entro di questi cannelli, e innalzata rispettivamente in q', r', p', facendo così col suo peso equilibrio alla pressione interna dell'acqua. Questi cannelli si presterebbero quindi ad indicare la pressione sulle pareti nei punti ove si trovano applicati al condotto, nonchè a misurarla. Si dicono da ciò *piezometri*, cioè misuratori delle pressioni, e servono opportunamente ad avvisarci di tutti i mutamenti che possono accadere nel moto dell'acqua, come ora più dettagliatamente ci faremo ad esporre.

235) Sieno H, H_1 le depressioni di due punti qualunque di un tubo al di sotto del livello dell'acqua nella conserva, h, h_1 le altezze delle colonne piezometriche nei due punti medesimi, r, r_1 le resistenze dall'origine al primo punto e dall'origine al secondo, v la velocità dell'acqua nel tubo, avremo

$$h = H - r - \frac{v^2}{2g}; \qquad h_1 = H_1 - r_1 - \frac{v^2}{2g}.$$

Dalla prima avremo

$$H - h = r + \frac{v^2}{2g},$$

cioè: «La differenza di livello fra la superficie della conserva e il vertice della colonna fluida di un piezometro adattato ad un punto qualunque di un condotto esprime la perdita in carico sofferta dall'acqua aumentata dell'altezza cui è dovuta la velocità, quantità quest'ultima generalmente assai piccola».

Dalle due prime equazioni, sottraendo l'una dall'altra, otterremo

$$r_1 - r = h - h_1 + (H_1 - H),$$

ossia: «La perdita in carico sofferta dall'acqua nel tratto compreso fra due punti di un tubo eguaglia la differenza di livello fra le sommità delle colonne fluide di due piezometri stabiliti sopra ciascuno dei detti punti, aumentata della differenza di livello fra i due punti medesimi».

Se il diametro del tubo avesse a variare, allora varierebbe pure la velocità dell'acqua; detta u quest'ultima sarà

$$h_1 = H_1 - r_1 - \frac{u^2}{2g},$$

e quindi

$$r_1 - r = h - h_1 + (H_1 - H) + \left(\frac{v^2}{2g} - \frac{u^2}{2g}\right),$$

cioè: «La perdita in carico fra un punto ed un altro di un condotto eguaglia la differenza delle colonne piezometriche aumentata della differenza di livello fra i due punti, più o meno la differenza fra le due altezze cui sono dovute le velocità, secondochè la velocità nel secondo punto è minore o maggiore dell'altra».

Immaginiamo ora che per una causa qualunque venga ad aumentarsi od a diminuirsi la portata del nostro condotto, come sarebbe, ad es., se l'efflusso essendo regolato da rubinetti, venissero questi aperti più o meno; allora, essendo

$$h = H - r - \frac{v^2}{2g},$$

se crescerà la portata, e quindi v, diminuirà h, e inversamente; per cui colla semplice osservazione di un piezometro saremo alla portata di vedere se il servigio dei rubinetti o della distribuzione sia regolato a dovere.

Così pure se per una cagione qualunque aumentassero le resistenze, h diminuirebbe, e in questa diminuzione avremo un indizio sicuro di guasti succeduti nell'interno del condotto; di più osservando la differenza di altezza di due piezometri successivi potremo vedere in qual parte del tubo il guasto sia

succeduto, essendo una tal differenza tanto maggiore quanto maggiori sono le resistenze che incontra l'acqua nel suo tragitto dall'uno all'altro.

236) Si scorge da tutto ciò come i piezometri mettano sotto gli occhi le resistenze dei condotti, nonchè le variazioni che possono accadere, e quindi di quanta utilità sien per tornare le loro indicazioni. Non si dovranno per ciò mai trascurare tali strumenti in un ben regolato sistema di distribuzione di acque: la scelta dei punti più opportuni ove collocarli dipenderà dalle circostanze particolari; generalmente si porranno in quei luoghi ove più importa che sia regolare il servigio.

CAPITOLO IX.

Della grossezza che si deve dare ai tubi di condotta

237) Perchè l'ingegnere trovi raccolte in un sol corpo tutte le questioni relative al movimento dell'acqua pe' tubi, credo qui opportuno trattare il problema della grossezza che devono avere i tubi medesimi acciocchè possan resistere alle pressioni esercitate dall'acqua sulle loro pareti; sebbene una tale questione possa per avventura parere estranea ad un trattato di idrometria.

238) Per procedere col maggior ordine comincierò dal determinare quella forza che si esercita tangenzialmente ad un cerchio, e che tende quindi a staccarne le parti, data che sia quella la quale si esercita perpendicolarmente al cerchio medesimo, ossia nella direzione del raggio.

Sia $ABCD$ ec. (fig. 33) un poligono regolare, e ai vertici A B ec. di questo poligono sieno applicate altrettante forze P eguali fra loro e passanti pel centro del cerchio circoscritto. Decomponendo la forza P nelle due AX, AX dirette secondo i lati del poligono, esse saranno eguali, e ciascuna esprimerà la tensione del lato corrispondente del poligono, ossia la forza colla quale è stirato il lato medesimo. Dicasi α l'angolo OAB,

e si conduca Om perpendicolare ad AF; dal triangolo isoscele APX avrassi facilmente

$$X = P.\frac{\text{sen. } \alpha}{\text{sen. } 2\alpha} = \frac{P}{2. \cos. \alpha}.$$

Se diciamo l la lunghezza del lato AB, R il raggio del cerchio circoscritto, sarà

$$2. \cos \alpha = \frac{l}{R},$$

e quindi

$$X = \frac{P.R}{l}.$$

Dicasi ora n il numero dei lati del poligono, e moltiplicando sotto e sopra per n il secondo membro, sarà

$$X = \frac{nP.R}{nl};$$

ma nP è la somma totale delle forze che diremo F, nl il perimetro che esprimeremo con C, si avrà dunque

$$X = \frac{F.R}{C}.$$

In quest'ultima equazione non entrando nè il numero, nè la lunghezza dei lati del poligono, si potrà essa estendere a qualunque numero di lati, e quindi al cerchio: allora è $C = 2\pi R$, e quindi

$$X = \frac{F}{2\pi}.$$

Quest'ultima ci dice, che se ciascun punto della circonferenza di un cerchio è premuto da forze eguali dirette secondo il raggio, si avrà la forza con cui le molecole componenti il cerchio sono spinte a staccarsi l'una dall'altra dividendo la pressione o forza totale per 2π.

239) Ciò premesso, sia H il carico sopra il punto del tubo che si considera, e prendiamo da una parte e dall'altra di detto punto una piccola lunghezza l, per cui l'altezza H sensibilmente non varii. La pressione esercitandosi normalmente alla superficie premuta, ciascun punto del tubo sarà premuto da forze dirette secondo i raggi, e la pressione totale soppor-

tata dall'anello di larghezza $2\,l$ sarà il peso di un prisma di acqua che ha per base la superficie premuta e per altezza H; detto D il diametro del tubo, una tale pressione sarà

$$1000.\ \pi.\ D.\ 2\,l.\ H.^k$$

Questa quantità esprimerà la forza F; e quindi quella con cui saranno spinte a staccarsi le molecole lungo una generatrice sarà

$$X = 500.\ D.\ 2\,l.\ H.^k$$

Dicasi ora e la grossezza cercata delle pareti del tubo; K il coefficiente di resistenza alla rottura, cioè il peso che dovrebbe esser sospeso ad una spranga verticale della materia costituente le pareti del tubo e di un metro quadrato di sezione per occasionarne la rottura. Lo sforzo che la materia del tubo oppone ad essere separata lungo una generatrice sarà

$$2\,l.\ e.\ K.^k$$

Siccome però è necessario che il tubo non si sformi, e si ritiene che il coefficiente di resistenza alla rottura eguagli circa tre volte e mezza quello di resistenza alla deformazione, così lo sforzo con cui il tubo si oppone alla deformazione sarà

$$\frac{1}{3,5}.\ 2\,l.\ e.\ K.^k$$

240) Per quanto si è detto dovrà dunque essere

$$\frac{1}{3,5}.\ 2\,l.\ e.\ K = 500.\ D.\ 2\,l.\ H,$$

da cui

$$e = 1750.\ \frac{D.H}{K}$$

Questa sarebbe la grossezza da darsi se la materia fosse intieramente compatta e senza difetti, e che di più non si consumasse per l'uso; siccome però questo non può ammettersi in pratica, così vi ha una grossezza sotto alla quale non è mai permesso discendere, e che varia da materia a materia. Dietro ciò si ha

$$e = a + 1750.\ \frac{D.H}{K}$$

Se si esprime H in atmosfere, detto n il numero delle atmosfere, sarà

$$n = \frac{H}{10,33}$$

e quindi

$$e = a + 18077,5 . \frac{D . n}{K};$$

K si dovrà prendere dalle tavole corrispondenti.

241) Per ischivare anche questa ricerca raccolgo qui i valori di e corrispondenti alle specie di materie più comunemente adottate nei tubi (*).

Pei tubi di ferro fuso	.	$e = 0,0085 + 0,00238 . nD$
» di ferro battuto		$e = 0,0030 + 0,00086 . nD$
» di piombo	. .	$e = 0,0050 + 0,02420 . nD$
» di legno	. . .	$e = 0,0270 + 0,03230 . nD$
» di sasso	. . . .	$e = 0,0300 + 0,00369 . nD$
» di pietre artificiali		$e = 0,0400 + 0,00538 . nD$

242) V'ha infine un'ultima osservazione. È necessario che i tubi oltre di resistere alle più grandi pressioni ordinarie, resistano pur anco a quelle straordinarie che sono specialmente prodotte dalla repentina estinzione di tutta la forza viva dell'acqua, allorchè chiudendo quasi istantaneamente i rubinetti si impedisce l'efflusso, e si riduce alla quiete l'acqua scorrente pel tubo. A quest'uopo nei tubi ordinarii, in cui il carico non supera due atmosfere ossia circa 20 metri, si accostuma supporre $n = 10$ (**); con ciò la grossezza sarà più eccedente che altro, e il tubo potrà resistere anche ai colpi di ariete superiormente accennati, senza sfiancarsi.

(*) Colombani. Manuale di idrodinamica ec. Seconda edizione p. 75.
(**) D'Aubuisson. Traité d'hydraulique ec. p. 252.

CAPITOLO X.

Dei getti d'acqua, e delle fontane

243) Si immagini che un tubo di condotta qualunque metta capo ad una cassetta tutta chiusa tenendola costantemente ripiena. Se nelle pareti di questa cassetta vengano aperti dei fori, l'acqua zampillerà dai fori medesimi sotto forma di getto, e la sua velocità di proiezione pei fori scolpiti in lastra sottile sarà quella dovuta all'altezza piezometrica al punto del foro, altezza che sarebbe misurata dalla colonna d'acqua di un piezometro applicato al foro medesimo. Pei fori muniti di tubo addizionale la velocità ora accennata si deve moltiplicare pel coefficiente della velocità che compete al tubo addizionale impiegato, e quindi l'altezza pel quadrato di questo coefficiente.

244) Se il getto sia verticale ed h l'altezza piezometrica, ossia il carico corrispondente a quel punto diminuito di tutte le perdite sofferte dall'acqua nel suo movimento pel tubo, esso dovrebbe elevarsi ad un'altezza verticale h, e, se il foro è circolare, conformarsi in una conoide di rivoluzione il cui meridiano sia un'iperbole del quint'ordine. La prima proposizione è evidente; la seconda è un'immediata conseguenza della legge del Castelli. Diciamo x la distanza di una sezione orizzontale del getto dal centro del foro, y il raggio del cerchio di una tale sezione, sia r il raggio del foro, e v ed u le velocità dell'acqua al foro ed alla sezione suddetta. Per la legge del Castelli sarà

$$m.\, d.^2\, v = y.^2\, u\,;$$

ma è

$$v = \sqrt{2\,g.\,h}\,;\quad u = \sqrt{2\,g\,(h-x)}\,,$$

quindi

$$m\,d^2.\sqrt{h} = y^2.\sqrt{(h-x)},$$

donde

$$y^4 = \frac{m^2.\, d^4.\, h}{h-x}.$$

245) Parecchie cause operano congiuntamente per alterare la forma del getto e per diminuirne l'altezza. La resistenza dell'aria, insensibile pei piccoli carichi minori per es. d'un metro, crescendo proporzionatamente al quadrato della velocità, si rende di più in più grande a misura che il carico aumenta, riducendo con ciò di più in più l'altezza del getto; alla quale altezza forse più ancora nociva si rende la presenza dell'aria in quanto che, insinuandosi per entro il getto, tende a separare fra loro i varii filetti fluidi, e ad accelerare con ciò la distruzione della loro forza ascensionale. A questa causa di perdita s'aggiunge l'ostacolo che la parte superiore della colonna oppone alla libera ascesa della parte inferiore, e ciò in virtù dell'aderenza che lega fra loro le varie parti della colonna medesima; a questo s'aggiunga la caduta degli strati superiori, dopo estinta la loro velocità, sugli inferiori che tendono a salire. Quest'ultima causa sarebbe più ancora nociva di quello sia veramente senza l'allargamento della colonna fluida di cui sopra abbiamo fatto parola, e in virtù del quale le molecole vengono a ricadere dai lati; però alcune ricadono ancora sopra la colonna salente, e le impediscono di giungere a quella altezza cui naturalmente dovrebbe. Quest'ultimo fatto è messo in evidenza dall'osservare che inclinando un poco il getto, esso si eleva ad un'altezza maggiore: Bossut avendo un poco inclinato l'apparecchio che gli avea dato un getto verticale dell'altezza di $3^m,42$, ebbe l'altezza $3^m,47$.

246) L'esperienza sola può metterci in caso di stimare la influenza di tutte queste cause nel diminuire l'altezza verticale dei getti. Se ne hanno del Mariotte e del Bossut, dalle quali risultano i fatti seguenti.

1.° La diminuzione d'altezza è sensibilmente proporzionale al quadrato dell'altezza medesima. Se sia h l'altezza teorica, h_1 l'altezza effettiva del getto, sarà

$$h_1 = h - \mu . h^2,$$

dove μ è un coefficiente numerico il cui valore è prossimamente 0,01.

Ecco una tavola ove sono registrate alcune esperienze di Mariotte ed una di Bossut, e che mette il fatto in evidenza.

Altezza del carico h	Altezza del getto h_1	Diminuzione $h-h_1$	Rapporti delle diminuzioni	Rapporti dei carichi	μ
11,50	10,39	1,110	1,060	1,000	0,0084
11,35	10,30	1,056	0,951	0,974	0,0082
8,48	7,87	0,609	0,549	0,543	0,0085
7,93	7,42	0,515	0,464	0,476	0,0082
4,01	3,90	0,108	0,098	0,121	0,0068
1,79	1,75	0,034	0,031	0,024	0,0106
3,57	3,42	0,149	0,134	0,097	0,0117
				Medio	0,0089

2.° I getti grossi si elevano ad un'altezza maggiore dei getti sottili, attesochè avendo essi massa maggiore, la resistenza dell'aria distrugge proporzionatamente meno di loro velocità, e l'aria stessa li suddivide assai meno.

Ecco alcune esperienze

Esperimentatore	Carico	Diametro dell'orificio	Altezza del getto	μ
Bossut	3,57	0,018	3,42	0,0118
	3,57	0,0045	3,26	0,0243
Mariotte	7,93	0,0135	7,42	0,0081
	7,93	0,0068	7,20	0,0116

3.° Quando il foro sia molto piccolo, per es. inferiore a 0,007, allora la diminuzione di altezza cresce in un rapporto minore di quello che importerebbe il quadrato del carico, mantenendosi però notabilmente maggiore di quella che ha luogo ne' maggiori diametri, come nelle seguenti esperienze del Mariotte.

Diametro dell'orificio	Carico	Altezza del getto	μ
0,00226	1,46	1,30	0,0751
	4,55	3,58	0,0469
	8,80	6,50	0,0297

247) I zampilli de' quali abbiam parlato fin ora sortivano da orificii circolari e scolpiti in lastra sottile. Questi orificii sono quelli che somministrano la massima elevazione del getto e la forma la più unita e continua; quindi vengono essi di preferenza adoprati quando non si ha in mira che l'elevazione e la bellezza del getto.

I fori muniti di tubo addizionale diminuendo la velocità nel rapporto di n ad 1, diminuiscono le altezze dei getti nel rapporto di n^2 ad 1; e quindi se h è il carico effettivo, l'altezza del getto sarà

$$h_1 = n^2 h - \mu . n^4 h^2 .$$

248) Allorchè il foro o il tubo addizionale sia inclinato all'orizzonte, allora il getto descrive una curva che si approssima tanto più ad una parabola quanto è minore la velocità di efflusso, e quindi il carico effettivo d'acqua corrispondente. La resistenza dell'aria diminuisce l'ampiezza e l'elevazione del getto, non però tanto, perchè nei casi ordinarii della pratica l'errore proveniente dalla supposizione che sia una parabola esatta conduca a conseguenza di conto. Ciò ammettendo, e chiamato i l'angolo d'inclinazione all'orizzonte, h il carico effettivo, n il coefficiente di riduzione della velocità che compete al tubo addizionale impiegato, x l'assissa orizzontale, y l'ordinata verticale, la curva del getto sarà data dall'equazione

$$y^2 = x . \text{tang}. i - \frac{x^2}{4 n^2 h \cos^2 i} .$$

249) Se indichiamo con A l'ampiezza orizzontale, con E la

massima elevazione: osservando che A è l'ascissa x per cui y è zero, ed E l'ordinata y corrispondente all'ascissa $x=\frac{1}{2}A$, sarà

$$(1)\quad A=4\,n^2\,h\,\text{sen}\,i.\cos i$$

$$(2)\quad E=n^2\,h.\,\text{sen}^2\,i.$$

250) Il problema il più generale che si possa proporre intorno ai zampilli d'acqua è il seguente: «Sopra un punto determinato produrre un zampillo d'acqua di una data portata, e che abbia un'ampiezza ed una elevazione egualmente assegnate».

La questione si riduce a determinare l'angolo i di inclinazione del tubo addizionale, la qualità di esso tubo, e finalmente il diametro della sua bocca di efflusso.

Dividendo la (2) per la (1), si avrà

$$\text{tang}.\,i=\frac{4E}{A},$$

dalla quale conosceremo i; poi l'una o l'altra delle superiori darà n, e da questo mediante la tavola del num. 97 si avrà l'angolo di convergenza del tubo. Questa tavola stessa ci somministrerà il coefficiente m della portata, e allora, detto d il diametro di efflusso, sarà

$$Q=\frac{1}{4}\,m.\,\pi.\,d^2.\sqrt{2g.h},$$

donde

$$d=\sqrt{\frac{4\,Q}{\pi m\sqrt{2gh}}}.$$

Se si trovasse n maggiore di *uno* o minore di 0,82, ciò vorrebbe dire che il problema è impossibile.

251) Per ciò tutto che s'attiene all'ornamento che i giardini, le piazze, gli edificii pubblici e privati possono trarre dalla collocazione e forma dei zampilli di acqua, sarebbe estraneo alla natura di quest'opera l'occuparsene. Si potrà per ciò consultare Belidor *Architecture hydraulique*, tom. II P. I.

252) Esemp. Si vuole istituire un getto d'acqua dell'ampiezza di met. 5,42; dell'elevazione di met. 4,31, e che dia la portata di met. cub. 0,0021. L'altezza piezometrica è 6,32.

Avremo

$$A = 5,42; \quad E = 4,31; \quad h = 6,32; \quad Q = 0,0021,$$

quindi

$$\text{tg. } i = \frac{4E}{A} = \frac{17,24}{5,42} = 3,181,$$

donde

$$i = 72^\circ\, 33'.$$

In seguito sarà

$$n = \frac{1}{\text{sen } i}\sqrt{\frac{E}{h}} = 0,87.$$

Dalla tavola del num. 97 si troverà che l'angolo di convergenza del cono deve essere

$$\alpha = 1^\circ\, 36'.$$

Per quest'angolo la tavola stessa dà

$$m = 0,866$$

e quindi

$$d = \frac{2\sqrt{Q}}{\sqrt{\pi . m . \sqrt{2gh}}} = 0,0167.$$

Se al tubo si dà quindi la lunghezza $3d$, cioè 0,0501, allora il diametro d_1 della bocca interna sarà

$$d_1 = d + 2\,l.\ \text{sen.}\frac{1}{2}\alpha = 0,0181.$$

Avremo dunque che si dovrà adoperare un tubo addizionale conico, il cui angolo di convergenza sia 1° 36′ del diametro esterno di $0^m,0501$, ed inclinarlo all'orizzontale sotto l'angolo di 72° 33′.

CAPITOLO XI.

Dei tubi a sifone

253) Si immagini un tubo ricurvo EMF (fig. 34) il quale dall'una parte peschi nel vaso AD ripieno di acqua fino in AB. Se con un mezzo qualunque siasi tolta l'aria dal detto

tubo, e l'altezza BM sia minore dell'altezza d'acqua che misura la pressione atmosferica, l'acqua empirà il tubo versandosi quindi per F, che diremo bocca di efflusso.

Si dà il nome di *sifone* ad un tale apparecchio; dicesi *braccio immerso* la lunghezza verticale che corre fra il livello del liquido e il punto più alto del sifone medesimo; *braccio esterno* la distanza verticale fra questo punto e la bocca di efflusso, se libera; oppure la distanza fra questo punto e il livello del liquido contenuto nel vaso inferiore, ove il sifone avesse per avventura a versar l'acqua succhiata dal primo.

254) A determinare la velocità dell'efflusso diciamo A la pressione atmosferica espressa in altezza di acqua, h il braccio immerso BM, K il braccio esterno. La pressione in M sarà da una parte $A-h$ e dall'altra $A-K$, e quindi l'acqua sarà spinta nella direzione EMF con una forza espressa da

$$(1)\ A-h-(A-K)=K-h.$$

Essa fluirà quindi da F con velocità dovuta all'altezza $K-h$, cioè alla distanza della bocca di efflusso dalla superficie di livello del liquido, oppure alla differenza di livello dei due recipienti messi in comunicazione per mezzo del sifone.

Detta S l'area di efflusso, Q la portata teorica, ossia quella che si otterrebbe senza le resistenze, si avrà

$$(2)\ Q=S.\sqrt{2g.(K-h)}.$$

255) Alcune condizioni essenziali si richieggono perchè il sifone ottenga il suo effetto.

E in primo luogo è necessario che il braccio esterno sia maggiore di quello che trovasi immerso, intesa però la parola braccio nel senso che le abbiamo dato precedentemente. Se ciò non fosse $K-h$ sarebbe negativo e l'acqua si muoverebbe invece da F verso E.

In secondo luogo il braccio immerso non deve superare la lunghezza di una colonna di liquido la quale col proprio peso faccia equilibrio alla pressione atmosferica. Senza ciò il liquido non potrebbe essere sostenuto nel braccio immerso, e tutte due le braccia, se prima riempiute, si vuoterebbero senza dar luogo al circuito.

In terzo luogo è mestieri che il braccio esterno non superi la lunghezza della colonna di liquido che fa equilibrio alla pressione atmosferica. Imperocchè se ciò avesse ad accadere, e fatta sempre astrazione dalle resistenze, la velocità nell'interno del tubo eguagliando quella dovuta ad una tale altezza, pel principio di Bernoully la pressione in M si farebbe negativa e si romperebbe quindi la continuità della massa fluida.

256) Le cose predette e la formola (2) che dà la portata suppongono trascurabili le resistenze di soffregamento e dei gomiti. Questo però non sembra potersi ammettere assolutamente, e quindi la portata pratica sarà differente da quella superiormente accennata. Forse si potrà essa rappresentare con

$$Q_1 = m\,S.\sqrt{2g(K-h)}$$

essendo m un coefficiente numerico; ma io non conosco esperienze che possano servire a determinarne il valore.

257) Per privar d'aria il sifone, ordinariamente si riempie prima di liquido e poi si mette a sito capovolgendolo; nel che fare si avrà cura di tener chiuse le due estremità, o anche una sola se il tubo è d'un diametro molto piccolo cosicchè l'aria non possa insinuarsi per entro lo stesso e rompere la colonna che resterà libera. Si può pure privarlo dell'aria mettendolo a posto, e poi esercitando una forte aspirazione alla estremità inferiore; locchè si rende facilissimo coll'uso di un tubo verticale aperto in alto e che comunica per la parte inferiore con l'estremità del ramo esterno del tubo. È inutile avvertire che nel fare l'aspirazione converrà prima otturare l'estremità inferiore.

Si usano alcune volte, nei lavori idraulici, canali aventi forma di sifoni, e destinati a scaricare una gran massa di acqua da un livello ad un altro inferiore di alcuni metri. Allo scopo di fare agire questi sifoni si applica al gomito superiore il corpo d'una tromba aspirante che tolga l'aria al sifone, il quale produce allora il suo effetto; ma se questo effetto si arrestasse, a cagione dell'aria trascinata seco dall'acqua e che si accumula alla parte superiore dell'apparecchio, allora è mestieri muover la tromba che tolga quest'aria, e l'efflusso immediatamente ricomincia.

258) Resterebbe ora a dir qualche cosa relativamente alle oscillazioni dell'acqua nei sifoni; se non che una tale questione non essendo di immediato interesse pratico, non credo dovermene in questo luogo occupare. Per ciò che tocca l'utile che da essa può trarre la teoria delle resistenze dell'acqua ne' lunghi tubi di condotta, sarà mia cura il farne scopo di particolari ricerche.

LIBRO TERZO

DEL MOVIMENTO DELL'ACQUA PER GLI ALVEI NATURALI E ARTEFATTI; E FISICA DEI FIUMI

CAPITOLO I.

Nozioni preliminari

259) Gli alvei entro cui si muovon le acque che sulla superficie della terra corrono al mare, si possono dividere in due classi distinte. La maggior parte di questi vennero scavati dalle acque medesime, e tutto al più sono regolati in alcune parti soltanto dalla mano dell'uomo; costituiscono essi gli *alvei naturali*, e denominasi *fiume* o *torrente* quel corpo di acqua ch'entro essi trascorre. Altri invece vennero scavati dalla mano medesima dell'uomo, e ciò per servire ai bisogni del commercio, dell'industria o dell'agricoltura; sono questi gli *alvei artefatti* che portano il nome particolare di *canali*.

260) Dicesi *sezione* di un canale o di un fiume l'area della sezione fatta nella massa fluida ch'esso conduce da un piano perpendicolare all'asse della corrente

Essendo generalmente assai piccola la deviazione dall'orizzontale del detto asse, una tale sezione si confonde sensibilmente con la sezione verticale, che è quella che si stima e si adopera nella pratica.

261) *Perimetro bagnato* è quella parte del contorno della sezione che è in contatto col fondo e colle sponde.

Dubuat e molti altri danno il nome di *raggio medio* al rap-

porto fra la sezione e il perimetro bagnato; noi però non faremo mai uso di una tale denominazione.

262) Se pel punto A (fig. 35) di una retta AB inclinata comunque all'orizzonte si conduce l'orizzontale AC nel piano verticale che passa per AB, e dal punto B si guida la verticale BC fino all'incontro dell'orizzontale in C; la BC si dice *pendenza della retta AB sulla lunghezza AB*; chiamasi semplicemente *pendenza* la DE corrispondente alla lunghezza $AD=1$.

Se P sarà la pendenza totale sulla lunghezza L, p la pendenza unitaria, sarà

$$(1)\ p=\frac{P}{L};\quad P=p.L.$$

Se i è l'angolo d'inclinazione della retta all'orizzonte, sarà pure

$$(2)\ p=\text{sen}\, i;\quad P=L.\ \text{sen}\, i.$$

Queste denominazioni valgono anche per una linea la quale, inclinandosi in tutti i suoi punti egualmente alla linea di livello, secondi un andamento tortuoso qualunque. Allora P è la differenza di livello dei due punti estremi A e B, e p quella che corrisponde a due punti distanti fra loro dell'unità di lunghezza.

Nei fiumi, ove le lunghezze si misurano ordinariamente lungo gli argini e quindi secondando la naturale pendenza del fiume, non si commette errore nella stima della pendenza p misurando la differenza di livello P per una certa lunghezza L, purchè nel tratto L la pendenza del fiume non abbia a variare.

263) Dicesi *portata unitaria*, o semplicemente *portata* di un fiume o di un canale, la quantità di acqua che passa per una sua sezione qualunque in un minuto secondo sessagesimale di tempo medio. Si avrà la portata per un tempo determinato moltiplicando la portata unitaria pel numero dei secondi contenuti in detto tempo.

264) Sarà facile ora fissare in cosa si distinguono propriamente i canali dai fiumi. Nei primi è costante la pendenza del

fondo, la portata, la sezione, le quali quantità variano invece nei secondi. Nascendo il caso in cui un canale dopo un certo tratto avesse a variare di pendenza, di sezione o di portata, allora si considera da quel punto in avanti come un nuovo canale in continuazione del primo.

265) Ordinariamente la sezione dei canali incavati nel terreno è un trapezio i cui lati non paralleli si inclinano egualmente all'orizzonte: una tale inclinazione dipende dalla natura del terreno in cui sono scavati. Dicendo n la pendenza di tali scarpe sull'altezza *uno*, l la larghezza del fondo, h l'altezza dell'acqua, S la sezione, C il perimetro bagnato, avremo

$$(3)\quad S=(l+nh)h;$$

$$(4)\quad C=l+2h.\sqrt{1+n^2}.$$

Se il canale è rettangolare, come molti di quelli costruiti in muro per le officine, sarà $n=0$, e quindi

$$(5)\quad S=l.h;$$

$$(6)\quad S=l+2h.$$

Nei fiumi in cui la larghezza è generalmente molto grande in confronto dell'altezza dell'acqua, si accostuma, con sufficiente approssimazione, stimare la sezione mediante opportuni scandagli, e dividerla per l'altezza media dell'acqua onde avere la così detta larghezza media, a cui si prende eguale il perimetro bagnato. Allora se diciamo h l'altezza media, l la media larghezza, sarà

$$(7)\quad S=l.h,$$

$$(8)\quad C=l.$$

266) La gravità è evidentemente la forza cui è dovuto il moto delle acque correnti pei canali o pei fiumi: ora è mestieri che noi ci facciamo ad indagare quale è la porzione di questa forza che rendesi attiva a produrre tali movimenti.

Prima però è necessario che vediamo cosa si deve intendere per pendenza del fondo. Difficilmente il fondo, anche dei medesimi canali, è una superficie pressochè liscia e di costante pendenza; esso presenta invece nella maggior parte dei

casi una superficie variamente ondulata con pendenze variabilissime da punto a punto. In mezzo però a questa grande variabilità di pendenze potremo scorgere facilmente un andamento medio longitudinale la cui pendenza è costante. Egli è la pendenza di una tal superficie media, la quale spartisce, dirò così, in parti eguali le ineguaglianze del fondo, che noi prendiamo quale pendenza del fondo medesimo.

Ciò premesso noi dovremo distinguer due casi, secondo che cioè la superficie libera della corrente si dispone parallela al fondo, o no. Riscontrasi il primo caso spesse volte nei canali di sufficiente lunghezza e nei tronchi i più regolari dei fiumi; e a renderci convinti dell'esistenza del secondo basta osservare quante volte l'acqua scorre su fondo orizzontale non solo, ma eziandio su fondo acclive, nei quali casi tutti la superficie non può essere parallela al fondo, senza che o non vi sia moto, o esso avvenga in senso contrario al naturale andamento.

Allorchè la superficie è parallela al fondo, possiamo supporre che l'acqua si muova in tanti strati sovrapposti gli uni agli altri, e la cui pendenza eguaglia quella del fondo o della superficie. Le molecole si troveranno allora come sopra altrettanti piani inclinati, e quindi la forza acceleratrice sarà la componente della gravità parallela ai detti piani; per cui detta p la pendenza della superficie o del fondo, sarà $g.p$ la forza acceleratrice che produce il movimento.

Se poi la superficie libera non è parallela al fondo, allora si scorge ben facilmente che la pendenza della superficie avrà grandissima parte nella produzion del fenomeno, ma difficilmente forse se ne potrebbe assegnare il quanto. Se la superficie fosse orizzontale, fatta astrazione da un'impulsione anteriormente impressa, ogni azione della gravità sarebbe distrutta e non vi avrebbe movimento di sorta; ma dall'istante che la superficie si inclina, il movimento si produce, e continua anche allora che il letto fosse orizzontale od acclive. Di qui il principio ammesso in idraulica che *il movimento delle molecole di una corrente di acqua proviene dalla pendenza in superficie*: si accostuma di più attribuire, dirò così, alla medesima l'intensità tutta del fenomeno, e assumere per misura

della forza acceleratrice la componente della gravità parallela alla superficie medesima.

In amendue i casi se dicasi p la pendenza in superficie, la forza acceleratrice si esprime con

$$g.\ p.$$

267) A questa forza, che tenderebbe ad accelerare continuamente il movimento del liquido, si oppone una seconda forza che trae origine dalle resistenze che il letto e le sponde oppongono al movimento medesimo. Espongo intorno a ciò la teoria del Tadini (*) e colle sue stesse parole; ho preferita una tale opinione perchè mi parve la più probabile.

« Quando l'acqua corrente intoppa in un ostacolo, una parte almeno della sua velocità, o diremo meglio, della sua forza viva, si converte in un aumento di pressione o di altezza; oltrepassato l'ostacolo, l'aumento di pressione o di altezza riproduce velocità o forza viva: ma la velocità riprodotta è trasversale rispetto alla direzione della corrente; essa perciò è un'onda. L'azione delle onde si esercita principalmente sulla linea verticale, quindi è che veggiamo sollevarsi l'acqua alla superficie della corrente, tosto ch'essa urta nell'ostacolo; ai fianchi della verticale lo sconcerto dell'acqua si riduce a poca cosa. Le onde nel loro conflitto si dividono e suddividono in altre ed altre, che si propagano principalmente sulla direzione verticale, penetrando per tutto il corpo della corrente dal fondo sino alla superficie.

« Allorchè due onde di opposta direzione s'incontrano, l'una preme l'altra, e l'acqua di entrambe schizza dai loro lati; ma se di qua si oppongono altre onde che vietino questo sfogo laterale, il movimento delle due prime onde rimane distrutto, e la loro pressione è convertita in vera percossa. Viaggiando in barca per un canale o per un fiume da vive onde agitato, odonsi frequentemente forti martellate contro il fondo del navilio, perchè nella moltitudine e varietà delle onde sovente accade, che mentre l'una s'avventa contro il legno, altre ai

(*) Di varie cose all'idraulica scienza appartenenti Tadini idraulico italiano scrivea. Bergamo 1830.

fianchi la circondano, ed assediandola d'ogni intorno, la serrano in guisa che l'acqua per di qua non abbia scampo; allora il moto dell'onda contro il navilio è spento, il che vuol dire che quello non soffre già pressione, ma vera percossa. Lo strepito dell'acque, che talvolta udito a qualche distanza da un torrente al decrescere di sua piena sembra quello di un grande voltolamento di ghiaie e di sassi, ed inganna l'inesperto volgo, non è prodotto che dalle vicendevoli percosse di onde contro onde, ed è perciò l'indizio manifesto dell'estinto loro movimento.

«La forza delle onde per ammorzare il movimento della corrente si vede patentemente nelle cascate d'acque. Allorchè queste precipitano dal ciglio delle chiuse, acquistano insigne velocità; nulladimeno al piede della cascata non si vede che un tumultuare e gorgogliare di onde, ed al di là di questo breve tratto tumultuoso osservasi estinta tutta la velocità nella caduta acquistata. È degno di essere rammentato in questo genere di fenomeni l'esempio che ci offre la cascata chiamata la *Liscia* di Fano. Il porto di questa città, ove stanziano le navi, è un lungo canale; per mantenerlo netto dalle torbe che vi si depongono, e sgombra la sua foce dalle ghiaie che i flutti di mare vi apportano, l'architetto ha pensato d'introdurvi con veemente velocità una corrente d'acqua dal Metauro derivata; essa però si fa discendere per un lungo precipitoso piano, valevole a darle una velocità forse dodici o quindici metri e più al minuto secondo. La corrente fugacissima dell'acqua che precipita da sì rapida via, è quella che si chiama la *Liscia*; essa imbocca nel canale del porto sotto il ponte che unisce la strada postale all'ingresso di Fano. Per questa gran caduta della corrente apparisce a fianco del ponte nel canale oltre modo agitatissima, ed ondeggiante l'acqua; ma va sollecitamente sedandosi l'ondeggiamento al distruggersi che fanno le onde colle reciproche loro percosse; in guisa che a pochi passi dal ponte non si scorge più vestigio di onde; e quindi per tutto il lungo canale la velocità della corrente, che prima si sarebbe stimata di dodici o quindici e più metri al secondo, è ridotta forse a meno di un metro solo al secondo. Perciò la sorpren-

dente caduta data all'acqua torna inabilissima a tener purgato da sedimenti il canale ed il porto, mentre tutta la velocità per essa generata rimane spenta nel conflitto delle onde.

«Tutti gli ostacoli, nei quali s'avviene una corrente, generano onde; se essi sono grandi, le onde rendonsi visibili alla superficie dell'acqua; ma allorchè sono minuti e fini, le onde pur esse fine e tenuissime dispaiono all'occhio. Per quanto sembrar possa liscio il fondo o letto di una corrente, la squisita natura del fluido vi trova il ruvido e lo scabro, vi trova le ineguaglianze e gli intoppi che la fanno ondeggiare».

268) Stabilita di tal maniera l'inevitabile necessità di una perdita di moto nelle acque correnti, conviene ora indagare in qual ragione essa succeda secondo le varie circostanze della medesima corrente.

Traendo origine tale resistenza dagli intoppi che incontra l'acqua corrente sulle sponde e sul fondo, è evidente che crescerà al crescere del perimetro bagnato. Rimanendo invariabile quest'ultimo, e variando invece la sezione, attesochè l'onda e la quantità del suo moto si diffonde per tutta la sezione medesima, la perdita del moto, che è in grandissima parte l'effetto dell'ondeggiare, per tutta la sezione si divide, e diviene per ciò tanto minore quanto si fa maggiore la sezione rimanendo invariato il perimetro. Sicchè, per questa parte, tenteremo esprimere una tal perdita con quantità proporzionale al perimetro bagnato e in ragione inversa della sezione.

Si scorge poi che la quantità di movimento che gli ostacoli sparsi su d'una data superficie van convertendo in onde, è proporzionale alla quantità dell'acqua che vi passa sopra ed alla sua velocità, il che vuol dire ch'ella è in ragione duplicata della velocità. Se non che non avendo noi dato alcuno che possa guidare il ragionamento a dirci quale effettivamente sia per essere l'influenza della velocità, siamo forzati a ricorrere all'esperienza, la quale mostrò la necessità di introdurre un secondo termine tanto più influente in paragone del primo, quanto è minore la velocità, e che si può assumere a questa stessa velocità proporzionale. Allora se diremo C il perimetro ba-

gnato; S la sezione, v la velocità media, a' e b due coefficienti numerici da determinarsi mediante l'esperienza, la perdita verrà espressa da

$$a' . \frac{C}{S} (v^2 + b . v).$$

269) Per quanto abbiam detto s'intende facilmente, che la velocità di cui sono dotate le molecole liquide che attraversano una determinata sezione, non sarà eguale per tutte, ma maggiore dal fondo alla superficie, dalle sponde al mezzo della corrente; cosicchè dovrassi riscontrare massima la velocità in superficie e verso il mezzo della corrente, come appunto si osserva. Alla linea di molecole cui compete la massima velocità si dà il nome di *filone* (thalweg), ed essa determina l'asse della corrente.

270) Si dice *velocità media* quella che essendo comune a tutti i punti di una sezione, si avrebbe per questa sezione la stessa portata che si ha realmente.

Vedremo nel seguito i tentativi fatti allo scopo di determinare una relazione fra le varie velocità di una medesima sezione e il loro rapporto colla velocità media.

Nella formola superiore v esprime appunto questa velocità media.

271) Agendo le resistenze in senso opposto della forza acceleratrice, la risultante totale sarà

$$g . p - a' . \frac{C}{S} (v^2 + b . v).$$

272) Ora può succedere che p, C, S, v sieno indipendenti dal tempo ó no; nel primo caso il moto è *permanente*, è *vario* nel secondo.

Il moto permanente può essere o *uniforme* o *permanente* propriamente detto.

È *uniforme* il moto quando la velocità e la pendenza si mantengono costanti in ogni sezione del canale; è *permanente* quando la velocità, la pendenza, la sezione, il perimetro bagnato si mantengono costanti in ogni sezione, ma variano da sezione a sezione.

Nulla ci dice la teoria, pressochè nulla ci somministra la pratica che possa servire a determinare le leggi del moto vario, e noi non potremo che considerare gli altri casi, la cui teoria formerà lo scopo del seguente capitolo.

CAPITOLO II.

Formole pel movimento dell'acqua negli alvei, e loro applicazioni

---

Articolo I.

Moto uniforme

273) Allorchè il movimento è uniforme, dovrà essere nulla la risultante totale delle forze che sollecitano al moto, e quindi sarà

$$g.p - a'.\frac{C}{S}(v^2 + b.v) = o.$$

L'equazione dunque di un tal movimento, scrivendo per semplicità a in luogo di $\frac{a'}{g}$, sarà

$$(1)\ p = a.\frac{C}{S}(v^2 + b.v).$$

Se diciamo Q la portata, rappresentando v la velocità media, avrassi

$$(2)\ Q = S.v.$$

Ricavando da quest'ultima il valore di v e sostituendolo nella (1) avremo

$$(3)\ p.S^3 = a.C\{Q^2 + b.Q.S\};$$

Quest'ultima equazione però non è che una conseguenza delle due prime, e in realtà non si hanno che due equazioni distinte fra le cinque quantità p, C, S, v, Q.

274) Alla completa determinazione del moto manca ora solo la conoscenza numerica delle costanti a e b.

Ad ottener ciò si hanno numerose esperienze istituite da Dubuat pel primo, quindi da Woltman, Funk, Brünnings in Germania, e dalla scuola degli ingegneri pontificii in Italia. Facendo concorrere insieme tutte queste esperienze, eccettuate le ultime eseguite in Italia, Eytelwein determinò i valori seguenti

$$a = 0{,}00035855; \quad b = 0{,}06638;$$

e questi coefficienti si accordano sufficientemente bene colle esperienze, compresevi eziandio quelle eseguite in Romagna. Sembra però che tutte le esperienze fatte concorrere a quella determinazione non abbiano il peso medesimo, e che si dovessero lasciar da parte quelle che il Dubuat eseguì su piccoli canaletti di legno, perchè troppo si scostano dai casi ordinarii della pratica. Avendo io ripreso il calcolo, fondandomi soltanto su quegli esperimenti che vennero istituiti in canali ordinarii, facendovi concorrere anche quelli degli ingegneri pontificii, e usando del metodo de' minimi quadrati, pervenni ai valori seguenti

$$a = 0{,}00034799; \quad b = 0{,}22065; \quad ab = 0{,}000076784.$$

Questi coefficienti rappresentano meglio de' superiori le velocità osservate.

275) Sebbene la formola s'avvicini al fatto con sufficiente approssimazione, pure sarebbe desiderabile un accordo maggiore specialmente per alcune di quelle esperienze, e non son poche, nelle quali l'errore arriva quasi ai tre decimi della quantità totale, errore che, a vero dire, non si potrebbe tollerare. Ciò proviene, a mio credere, dal voler adottare una unica formola per tutte le velocità da $0^m,15$ a $3^m,46$. Separando queste velocità in classi credo poter presentare un accordo maggiore coi coefficienti che seguono.

Per velocità inferiori ad un metro

$$a = 0{,}0003443; \quad b = 0{,}18116; \quad ab = 0{,}00006237.$$

Per velocità comprese fra uno e due metri

$$a = 0{,}0003831; \quad b = 0{,}03384; \quad ab = 0{,}00001296.$$

Per velocità superiori a due metri è insensibile il termine che contiene la semplice velocità, e la formola

$$(4)\ p = 0{,}0003717 . \frac{C}{S} v^2$$

rappresenta assai bene le relative esperienze.

Quest'ultima differisce pochissimo da quella del Tadini, e da esso è chiamata *modulo pei canali e pei fiumi.*

La discussione delle relative esperienze si troverà nella memoria che ho già accennata trattando dei tubi.

276) La velocità rare volte si trova nell'enunciato dei problemi che si voglion risolvere; pel caso in cui se ne volesse direttamente il valore, sarà facile ricavare dalla (1) e dalla (4) i valori seguenti.

$$(5)\ v = -\frac{1}{2} b + \sqrt{\frac{1}{a} . \frac{Sp}{C} + \frac{1}{4} b^2}$$

$$(6)\ v = 51{,}865 \sqrt{\frac{Sp}{C}}.$$

Da questi si avrà

$$(7)\ Q = S \left\{ -\frac{1}{2} b + \sqrt{\frac{1}{a} . \frac{Sp}{C} + \frac{1}{4} b^2} \right\}.$$

$$(8)\ Q = 51{,}865 . S \sqrt{\frac{Sp}{C}}.$$

277) Col mezzo di queste formole si possono facilmente risolvere molti importantissimi problemi, risguardanti specialmente le nuove inalveazioni e la costruzion dei canali. Di questi problemi ora ci occuperemo: infrattanto per la facilità delle applicazioni pongo qui una piccola tabelletta dei valori numerici delle quantità costanti, che entrano nelle formole superiori.

Limiti della velocità	a	$\frac{1}{a}$	b	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{4}b^2$	ab
Inferiori ad un metro	0,0003443	2904,4	0,18116	0,0906	0,0082	0,00006237
fra uno e due metri	0,0003831	2610,1	0,03384	0,01692	0,00029	0,00001296

278) Nell'analisi dei varii problemi, cui si possono applicare le equazioni superiori, convien distinguere se trattasi di un canale così detto a *punto di divisione* (point de partage), come sono tutti i canali di navigazione; oppure se il canale viene alimentato da bacini o sostegni posti al suo incile, e che il più sovente sono parti di fiumi, il cui livello è elevato a quest'uopo coll'uso di opportuni sostegni. Nel secondo caso ora accennato havvi una ricerca speciale detta *della presa di acqua dei canali*, e della quale ci occuperemo in appresso, dopo cioè di avere svolte le principali ricerche, che spettano alla prima specie di canali superiormente accennati.

279) Allorchè il canale è già costruito, l'unica ricerca che si può presentare nella pratica si è quella di determinare la velocità media dell'acqua scorrente per esso, e quindi la sua portata. Questo solo problema apparterrebbe anzi alla idrometria, e se noi ci occuperemo in seguito anche di quelli che si presentano, allorchè si tratta di procedere alla costruzione di nuovi canali, ciò faremo unicamente perchè si trovino raccolte in un solo corpo tutte quelle questioni, che ai canali appartengono.

Allo scopo di determinar la velocità e la portata è mestieri con accurata livellazione misurare la pendenza p della superficie libera, la sezione S del canale ed il perimetro bagnato C; ottenute tali misure, le (5) o (6), le (7) od (8) risolvono immediatamente il problema.

Esemp. Il cav. Teodoro Bonati sul Po con misure dirette ottenne $S=2299,70$, $C=615,17$, $p=0,0000611$;

si domanda la velocità media dell'acqua, essendo evidentemente ad occhio inferiore di un metro.

La (5) coi valori corrispondenti di a e b darà

$$v = \sqrt{\left\{2904{,}4\,\frac{S.\,p}{C} + 0{,}0082\right\}} - 0{,}0906:$$

sostituendo i valori trovati, sarà

$$v = \sqrt{\{0{,}6634 + 0{,}0082\}} - 0{,}0906 = 0{,}729.$$

L'esperienza avea data al Bonati $v = 0{,}736$.

Esemp. L'ingegnere Bertelli sulla fossa Cerrettolo nel Bolognese ottenne

$$S = 6{,}12,\quad C = 6{,}68,\quad p = 0{,}0031,$$

e la velocità era evidentemente superiore a due metri.

La (8) darà

$$Q = 16{,}90.$$

L'esperienza avea dato all'ingegnere suddetto $Q = 16{,}83$. L'errore è appena di quattro millesimi del totale.

280) Se il canale è da costruirsi, allora possono variare in molte maniere i dati proposti, e dar luogo quindi a tanti problemi parziali, quante sono le combinazioni di quei dati fra loro. Ci accontenteremo di analizzare fra questi soltanto i principali, quelli cioè che il più sovente occorrono nella pratica.

281) Se l'incognita è unicamente la pendenza da darsi al fondo, allora il problema è immediatamente risolto dalla (1), (3) o dalla (4) coi coefficienti che loro competono.

Esemp. Sia

$$S = 218{,}78;\quad C = 76{,}72;\quad v = 1{,}115;$$

si domanda la pendenza p del fondo da darsi al canale. La (1), sostituendovi i rispettivi coefficienti, diventa

$$p = 0{,}0003831.\frac{76{,}72}{218{,}78}\{(1{,}115)^2 + 0{,}03384 \times 1{,}115\} = 0{,}0001721.$$

Alcune volte conviene ricavare i valori di S e C dalle formole relative del num. 265, e ciò per non essere queste quantità immediatamente date, ma bensì altre da cui esse dipendono. Se si proponesse ad es. il problema di determinar la pendenza che deve avere il fondo di un canale destinato a por-

tare una certa quantità d'acqua con data velocità, e con una altezza determinata dell'acqua medesima, essendo per la natura del terreno in cui si deve scavare, noto il numero n, converrebbe determinare prima S, che si otterrà dividendo Q per v, quindi dalla (3) num. 265 si avrà l e finalmente dalla (4) il perimetro bagnato C; ottenute queste quantità si procederà come superiormente. Eccone un esempio tolto dal canale dell'*Ourcq*.

Esemp. Si dovea costruire un canale di navigazione, pel quale poteansi disporre met. cubici 3,0188 di acqua al secondo. La navigazione esigeva un'altezza d'acqua di met. 1,50, e il servigio delle fontane di Parigi, almeno una velocità di 0,35; la natura del terreno ove dovea scavarsi il canale permetteva di dare alle scarpe la base di uno e mezzo sopra uno di altezza. Avremo dunque

$$Q=3{,}0188,\ v=0{,}35,\ h=1{,}50,\ n=1{,}50.$$

Dalla (2) avremo $S=\frac{Q}{v}=\frac{3{,}0188}{0{,}35}=8{,}625$; la (3) del num. 265 darà $8{,}625=(l+1{,}50\times1{,}50)\,1{,}50$, da cui

$l=\frac{8{,}625}{1{,}50}-(1{,}50)^2=3{,}50$, poi la (4) $C=3{,}50+3.\sqrt{3{,}25}=8{,}908$.

Dietro ciò sarà

$$S=8{,}625,\ C=8{,}908,\ v=0{,}35:$$

con questi dati, procedendo come superiormente, si troverà

$$p=0{,}0003443\,\frac{8{,}908}{8{,}625}\{(0{,}35)^2+0{,}1812\times0{,}35\}=0{,}00006611.$$

A tale risultamento pervenne pure il sig. Girard incaricato della costruzione del canale suddetto. Avendo però osservato che nel detto canale sarebbero cresciute molte piante acquatiche con notabile aumento delle resistenze, aumentò di circa due terzi la pendenza superiore, portandola a 0,0001056.

282) Nel maggior numero de' casi la pendenza entra come uno dei dati della questione, e le quantità che allora si domandano sono, o la larghezza da darsi al fondo, o l'altezza che avrà l'acqua nel canale che si progetta. Sostituendo nella (3) i valori di S e C dati al num. 265, si avrà

$$(9)\ p.\{l+nh\}^3.h^3=a.(l+2h\sqrt{1+n^2})\,Q^2$$
$$+ab\{l+2h\sqrt{1+n^2}\}\{l+nh\}\,h.Q.$$

Nel caso di fiumi, ove la larghezza è molto grande in confronto dell'altezza, sarà

$$(10)\quad p.\, l^2 h^3 = a.\, Q^2 + a\, b.\, l\, h.\, Q.$$

Se l'incognita è la larghezza l, l'equazione (9) sarà di terzo grado; di sesto se l'incognita è h. In amendue i casi si risolverà facilmente con tentativi. L'equazione più semplice (10) è del secondo grado rapporto ad l, del terzo rapporto ad h, e si potrà sempre risolvere direttamente.

Per vedere il modo con cui il calcolo va condotto, ne faremo ora l'applicazione ad alcuni esempii numerici.

283) Esemp. Qual larghezza al fondo deve avere un canale destinato a condurre met. cub. 3,50 d'acqua, essendo la pendenza 0,0001, e volendosi un'altezza d'acqua di met. 1,30. Il terreno in cui va scavato addomanda per le scarpe la base doppia dell'altezza. Sarà

$$Q = 3{,}50,\quad h = 1{,}30,\quad p = 0{,}0001,\quad n = 2.$$

Adottando i coefficienti generali del num. 274, cioè

$$a = 0{,}0003480,\quad ab = 0{,}00007678$$

l'equazione (9) diventa

$$0{,}0002197\{l+2{,}6\}^3 = 0{,}004263\{l+5{,}814\}$$
$$+ 0{,}0003493\{l+5{,}814\}\{l+2{,}6\},$$

ossia

$$\{l+2{,}6\}^3 = 19{,}40\{l+5{,}814\} + 1{,}59\{l+5{,}814\}\{l+2{,}6\}.$$

Ponendo

$l = 4$, si ha $287{,}5 = 293{,}4$;

quindi

$l = 4{,}1$ $\quad 300{,}8 = 298{,}0$

$l = 4{,}08$ $\quad 298{,}1 = 297{,}1$

$l = 4{,}07$ $\quad 296{,}73 = 296{,}63$,

e finalmente

$l = 4{,}0685$ $\quad 296{,}55 = 296{,}56$.

284) Per mostrare la massima semplificazione che si può arrecare al calcolo numerico dell'equazione (9) allorchè l'incognita sia l'altezza h, risolverò il seguente esempio, che si riferisce a questo caso, usando delle tavole di Gauss, che servono a trovare il logaritmo della somma o della differenza di

due numeri, dati che sieno i logaritmi dei numeri stessi. Queste tavole trovansi già inserite nella nuova edizione delle Tavole logaritmiche del mio illustre maestro il cav. prof. Santini, tavole che sono in uso nelle nostre scuole. È noto le tavole del Gauss essere divise in tre colonne denominate A, B, C; e così costruite, che, entrando con log. m in A, il numero corrispondente nella colonna B è $\log\left(1+\frac{1}{m}\right)$ e quello della colonna C è $\log(1+m)$.

Per usare di queste tavole alla ricerca di h, eseguiremo prima una trasformazione nell'equazione (9), che la renda più propria all'uso delle tavole stesse. Cavato l a fattor comune e divisa tutta l'equazione per $p.l^3$, si potrà facilmente porre sotto l'aspetto seguente

$$(11)\left\{1+\frac{n}{l}h\right\}^3.h^3=\frac{a.Q^2}{p.l^2}\left\{1+\frac{2\sqrt{1+n^2}}{l}.h\right\}\left\{1+\frac{b.l}{Q}\left\{1+\frac{n}{l}.h\right\}.h\right\}.$$

Data all'equazione quest'ultima forma, si scriveranno nella stessa in luogo delle quantità $\frac{n}{l}$, $\frac{2\sqrt{1+n^2}}{l}$, $\frac{a.Q^2}{p.l^2}$, $\frac{bl}{Q}$ i loro logaritmi; allora non si avrà che a prendere il logaritmo di h, e quindi colle tavole di Gauss si avranno immediatamente i logaritmi dei fattori dei due membri. Se il logaritmo di $\frac{n}{l}h$, $\frac{2\sqrt{1+n^2}}{l}h$ ec. fosse negativo, ossia con caratteristica aumentata di 10, si scriverà invece il suo complemento, ed entrati in A, si prenderà il numero corrispondente in B; se poi fossero positivi, entrati in A, si prenderà il corrispondente numero in C.

Esemp. Sia

$$Q=12{,}465;\quad p=0{,}0000985;\quad l=24{,}67;\quad n=2,$$

coi numeri a e b del num. 274 l'equazione (11) diventa

$$\{1+8{,}90886.h\}^3.h^3=9{,}95518\,\{1+9{,}25834.h\}$$
$$\{1+9{,}64018\,(1+8{,}90886.h).h\}$$

che per semplicità scriveremo

$$M^3 h^3 = 9{,}95518 . N\{1+9{,}64018 . M . h\} = 9{,}95518 . N . P.$$

Comincieremo dal provare il numero $h=1$.

Entrando in A col complemento di 8,90886 e di 9,25834, cioè con 1,09114; 0,74166, si troverà

$$\log. M = 0{,}03385 \qquad \log. N = 0{,}07235$$

quindi
$$\begin{array}{r} 9{,}64018 \\ 0{,}03385 \\ \hline 9{,}67403 \end{array} \qquad \text{com. } 0{,}32597; \quad \log. P = 0{,}16796.$$

Da queste avremo

I. Membro	II. Membro
	9,95518
$\log. M^3 = 0{,}11155$	0,07235
$\log. h^3 = 0{,}00000$	0,16796
0,11155	0,19549

Il primo membro essendo minore del secondo, il valore di $h=1$ è troppo piccolo. Proveremo allora $h=1{,}2$; avremo

			9,64018
$\log. h = 0{,}07918$	0,07918		$\log. M = 0{,}04030$
8,90886	9,25834		$\log. h = 0{,}07918$
8,98804	9,33752		9,75968
1,01196	0,66248		0,24032
$\log. M = 0{,}04030$	$\log. N = 0{,}08548$		$\log P = 0{,}19727$

	9,95518
$\log. M^3 = 0{,}12090$	$\log. N = 0{,}08548$
$\log. h^3 = 0{,}23754$	$\log. P = 0{,}19727$
0,35844	0,23793

h è dunque compreso fra 1,0 ed 1,2. Provando $h=1{,}1$ si troverà

$$\log. M = 0{,}03710 \quad \log. N = 0{,}07896 \quad \log. P = 0{,}18276;$$

quindi

I. Membro	II. Membro
0,23547	0,21690

Finalmente con $h=1{,}085$ si avrà

I. Membro	II. Membro
0,21612	0,21371

che si possono ritenere per coincidenti: sarà quindi

$$h = 1{,}085.$$

285) Esemp. Per dare una qualche applicazione anche della equazione (10), supponiamo che si domandi l'altezza dell'acqua in un fiume, per cui è

$$Q = 5814{,}86; \quad l = 288{,}87; \quad p = 0{,}0000996.$$

Sostituendo questi numeri nella (10) coi soliti valori di a ed ab, ordinato rapporto ad h, e dividendo pel coefficiente di h^3, avremo

$$h^3 - 15{,}517 . h - 1415{,}80 = 0;$$

paragonata questa coll'equazione generica del terzo grado priva del secondo termine

$$x^3 - 3px - 2q = 0 \ (*),$$

si troverà

$$p = 5{,}172 \quad q = 707{,}90.$$

Ciò posto, si avrà

$$\begin{array}{rl} \log. p = 0{,}71366 & A = 0^\circ\ 57'\ 8'' \\ \log. \sqrt{p} = 0{,}35683 & \frac{1}{2} A = 0^\circ\ 28'\ 34'' \\ \text{c. log. } q = 7{,}15003 & \\ \text{log. sen. } A = 8{,}22052 & \text{log. tang. } B = 9{,}30653 \end{array}$$

$$B = 11^\circ\ 27' \quad 2B = 22^\circ\ 54'$$

$$\begin{array}{rl} \log. 2 = 0{,}30103 & \\ \log. \sqrt{p} = 0{,}35683 & \\ \text{c. log. sen. } 2B = 0{,}40991 & \\ \log. h = 1{,}06777; & \text{donde } h = 11{,}69. \end{array}$$

L'esempio ora trattato si riferisce alla questione sì a lungo ventilata dell'immissione del Reno d'Italia in Po. L'altezza del Po in piena è 11,403, la sua portata 5477$^{m.c.}$,99; quella del Reno 336$^{m.c.}$,87, per cui la portata del Po, dopo l'immissione del Reno, sarebbe l'assunta di 5814$^{m.c.}$,86: per la pendenza media del Po in superficie si è assunto quella di Bonati da Lagoscuro a Francolino. L'alzamento non sarebbe dunque che di 0^m,29. Manfredi e Grandi con altri principii aveano dato l'alzamento di 0^m,31.

286) Alcune volte non sono date che le sole quantità Q e p, cioè la portata e la pendenza; allora il problema è indeterminato, e l'ingegnere deve supplire ai dati che gli mancano coll'assegnare la figura che crede maggiormente convenire al profilo del canale richiesto: questa figura indicando la rela-

(*) Santini, Tavole logaritmiche ec. pag. 83.

zione fra le due dimensioni del canale, somministrerà la terza equazione necessaria per la finale risoluzione del problema. Nella scelta di una tale figura conviene aver riguardo allo scopo che più interessa ottenere, e si assume quella che vi soddisfa colla minor spesa conciliabile di costruzione e di manutenzione.

287) Venendo a dire alcun che intorno al problema della *presa d'acqua*, la cui risoluzione interessa specialmente per quei canali che sono destinati a condur l'acqua ad una qualche officina, non posso a meno di non avvertire fino dal principio, che la risoluzione che ora daremo del problema medesimo poggia sopra regole che l'esperienza non ha ancora abbastanza avverate, e che quindi si deve ritenere fra quelle che sono tuttora involte fra molte e forti incertezze.

Distingueremo due casi: 1.° quando la bocca d'entrata del canale è intieramente aperta; 2.° quando essa è munita di saracinesca, o il canale è alimentato dall'acqua che fluisce da un vero orificio.

288) Nel primo dei due casi accennati l'acqua forma caduta; il suo livello si abbassa fino ad una certa distanza dall'incile, quindi si rileva un poco, e finalmente la superficie libera si mette parallela al fondo, e il moto si fa uniforme. Dietro alcune esperienze Dubuat stabilì i due principii che seguono, e ai quali noi pur ci atterremo.

1.° L'altezza dovuta alla velocità media dell'acqua nel canale eguaglia la differenza fra l'altezza dell'acqua del recipiente alimentatore sul fondo all'incile e quella della sezione uniforme del canale.

2.° La velocità e la sezione uniforme si stabiliscono ad una certa distanza dall'incile così, come se una tale uniformità avesse luogo immediatamente all'origine.

289) In virtù del primo principio, detta v la velocità media dell'acqua nel canale, H l'altezza del livello del recipiente sul fondo del canale all'incile, h l'altezza della sezione uniforme, sarà

$$H - h = \frac{v^2}{2g},$$

o meglio

$$(12)\ H-h=\frac{v^2}{2g.m^2},$$

essendo m un coefficiente numerico dipendente dalla contrazione che soffre l'acqua all'entrata.

Pel secondo, chiamata D la differenza di livello fra la superficie dell'acqua nel recipiente e un punto della superficie libera nel canale alla distanza L dall'incile, p la pendenza uniforme della superficie e del fondo del canale, sarà

$$(13)\ p=\frac{D-(H-h)}{L},$$

ossia, in virtù della (12),

$$(14)\ p=\frac{D-\frac{v^2}{2g.m^2}}{L}.$$

290) Per ciò che spetta al valore del coefficiente m di riduzione, diremo che Dubuat nelle sue esperienze eseguite con piccoli canali di legno e con altezze H varie da $0^m,12$ a $0^m,88$ lo vide variare da 0,73 a 0,91; egli però rimarca che nei grandi canali, dove l'altezza cui è dovuta la velocità è generalmente piccola in paragone della profondità dell'acqua, la contrazione sarà un poco minore, e crede non commettersi errore sensibile supponendo $m = 0,97$. Eytelwein accostuma prendere 0,95 pei larghi canali, e 0,86 pe' canali ristretti, come sono ad es. quelli che conducono ordinariamente le acque alle officine. Sì l'uno che l'altro ammettono che il fondo del canale sia allo stesso livello del fondo del recipiente, del quale ultimo fondo forma con ciò come il prolungamento. Se questa condizione non si avverasse, allora vi avrebbe pure una contrazione in sul fondo, e il valore di m dovrebbe essere un poco minore; tuttavolta ciò che abbiam detto relativamente agli orificii muniti di una gora o canale di scarico porta a credere che una tale diminuzione non sarebbe infine se non piccolissima. I valori di Eytelwein saranno quelli ai quali potrà con maggiore fiducia appigliarsi la pratica.

291) Se l'acqua del recipiente cui è applicato il canale

giungesse a quest'ultimo con velocità preconcepita, allora l'altezza della caduta all'incile sarà tanto minore di quella che somministra la prima fra le regole del Dubuat, quanta è l'altezza cui è dovuta la velocità preconcepita dall'acqua.

Se diciamo u quest'ultima velocità, misurata nella direzione dell'asse del canale, allora si avrà

$$(15)\quad H-h=\frac{v^2}{2gm^2}-\frac{u^2}{2g}.$$

292) Sostituendo nelle equazioni superiori i valori della velocità dati al num. 276. Si avrà

$$(16)\quad H-h=\frac{1}{2gm^2}\left\{-\frac{1}{2}b+\sqrt{\frac{1}{a}\frac{pc}{c}+\frac{1}{4}b^2}\right\}^2;$$

oppure per velocità molto forti

$$(17)\quad H-h=\frac{137,16}{m^2}\cdot\frac{Sp}{C}.$$

Le quali unite colla (13) e (14) servono a risolvere i varii problemi che si possono proporre in tale questione.

293) Sieno dati ad es. H e D la forma e larghezza del canale, e si domandi la pendenza p e la portata Q del canale medesimo. Si comincierà dall'esprimere S e C per h, in funzione della quale si ha anche p per mezzo della (13); queste quantità si sostituiranno nella (16) dove allora non vi sarà di incognita che la h: risolta questa equazione e determinata h, la (13) darà immediatamente p; ed essendo allora note anche S e C, le (7) od (8) del num. 276 somministreranno l'incognita Q. Applichiamo questa risoluzione ad un esempio numerico.

S'è comperato il diritto di eseguire nella sponda di un recipiente un taglio rettangolare di $1^m,12$ di larghezza, e colla soglia inferiore depressa di $0^m,35$ sotto il livello ordinario dell'acqua nel recipiente; l'acqua che sgorgherà da questo taglio deve essere condotta, mediante un canale rettangolare della medesima larghezza del taglio, ad una officina distante $148^m,27$ dove il servigio esige che il pelo dell'acqua nel canale non sia che di $0^m,156$ sotto il pelo del recipiente; si domanda quale pendenza si dovrà dare al canale e quanta sarà l'acqua derivata?

Avremo

$$l = 1{,}12; \quad L = 148{,}27; \quad D = 0{,}156; \quad H = 0{,}35;$$

quindi

$$S = 1{,}12.\,h; \quad C = 1{,}12 + 2h; \quad p = \frac{h - 0{,}194}{148{,}27}.$$

La (16) coi coefficienti a e b del num. 274 diverrà

$$0{,}35 - h = 0{,}06894 \left\{ -0{,}1103 + \sqrt{\left(21{,}706 \frac{h(h - 0{,}194)}{2h + 1{,}12} + 0{,}1217\right)} \right\}^2$$

la quale si risolverà facilmente con tentativi. Ponendo

$$h = 0{,}30 \text{ si troverà } 0{,}05 = 0{,}0259$$
$$h = 0{,}31 \quad \text{»} \quad 0{,}04 = 0{,}0287$$
$$h = 0{,}32 \quad \text{»} \quad 0{,}03 = 0{,}0315$$

che si possono riguardare come coincidenti. Con quest'ultimo valore di h si troverà

$$p = \frac{0{,}156 - 0{,}03}{148{,}27} = 0{,}0008498,$$

quindi coi valori di S, C dalla (7)

$$Q = 0{,}2412.$$

294) E qui trattando dei problemi che si possono presentare nelle questioni che toccano le prese d'acqua ne' canali, non posso a meno di non dar luogo ad uno importantissimo, e la cui risoluzione accade di frequente allora che si tratti derivare dell'acqua per servigio di una qualche officina.

L'effetto dinamico dell'acqua per far muovere una ruota, una macchina qualunque, non è solo dovuto alla quantità di acqua che agisce sulla macchina stessa, ma eziandio all'altezza da cui essa può discendere, alla differenza di livello cioè fra il punto dal quale può esser data alla macchina, e quello dove quest'acqua può restituirsi o al canale da cui si deriva, o a un'altra macchina qualunque; e precisamente un tale effetto ha per misura il prodotto del peso dell'acqua che agisce sulla macchina, peso che si otterrà moltiplicando per mille la portata espressa in metri cubi, per l'altezza della caduta. Ora venendo al problema da ciò originato nelle questioni delle prese d'acqua, esso può concepirsi così: determinare la pendenza da darsi al canale, perchè il prodotto della sua portata

per la caduta che rimane effettiva al suo termine sia un massimo. È evidente diffatto che all'aumentare della pendenza aumenta la portata del canale; ma d'altra parte diminuisce la caduta: succederà dunque che il prodotto di queste due quantità, dopo che avrà aumentato col crescere della pendenza, diminuirà poi al successivo aumentare della medesima, e presenterà un *massimo*, che è appunto quello che si ricerca.

Senza ingolfarci in una ricerca analitica, la quale ci guiderebbe a formole complicatissime e di tediosa applicazione numerica, senza gli avvantaggi di molta esattezza, atteso che di tale esattezza non godono le stesse formole fondamentali, il problema si può facilmente risolvere col mezzo di tentativi, precisamente come ora faremo nel seguente esempio numerico.

Esemp. Nella questione del numero precedente supponiamo che in luogo di assegnare il valore di D, si domandi la pendenza con cui ricavare dal diritto acquistato di quel taglio nelle sponde del recipiente, il massimo effetto dinamico; supponendo il punto, ove l'acqua deve essere restituita, $4^m 823$ sotto il suo livello nel recipiente alimentatore.

Mettendo nella formola (16) in luogo di S e C i loro valori espressi in h, essa diverrà

(a)
$$0,35-h=0,06894\left\{-0,1103+\sqrt{3218,4.\frac{p.h}{2h+1,12}+0,1217}\right\}$$

sarà poi

(b) $$Q=1,12.h\left\{-0,1103+\sqrt{3218,4.\frac{p.h}{2h+1,12}+0,1217}\right\}$$

e detta K la caduta effettiva al termine del canale

$$K=4,823-D=4,823-\{148,27.p+0,35-h\},$$

ossia

(c) $$K=4,473+h-148,27.p.$$

L'equazione (a) risolta con tentativi, darà h; quindi le (b) e (c), le due Q e K, il cui prodotto deve essere un massimo.

Provando dei valori di p di più in più grandi si troverà

per $p=0,0002$	$Q=0,3125$	$K=4,4595$	$QK=1,394$
$p=0,00025$	$Q=0,3267$	$K=4,3713$	$QK=1,428$
$p=0,00030$	$Q=0,3351$	$K=4,2842$	$QK=1,435$
$p=0,00035$	$Q=0,3378$	$K=4,1970$	$QK=1,418$

Si scorge quindi che fra la pendenza 0,0003 e la 0,00035 il prodotto $Q.K$ deve essere massimo. Approssimativamente si potrà prendere la pendenza 0,0003.

295) Venendo ora a trattar delle prese d'acqua quando essa sia somministrata al canale da una vera bocca di erogazione, convien distinguere due casi: 1.° quando il carico essendo molto forte, l'acqua a valle non copre permanentemente il bordo superiore dell'orificio; 2.° allorchè il carico sia piccolo, e quindi l'acqua a valle copra costantemente il bordo predetto.

296) Nel primo caso risulta dalle esperienze di Bossut, Poncelet ec., da noi già accennate nel primo Libro, che la presenza del canale è senza influenza sensibile, e che all'estremità si riceve la stessa quantità di acqua, che fluirebbe dall'orificio, se il canale non esistesse. La formola che somministrà la portata sarebbe allora

$$Q = m\, l\, h \sqrt{2g.H},$$

essendo l la larghezza, h l'altezza dell'orificio, ed H il carico: m avrebbe i medesimi valori da noi trovati nella foronomia.

Sorge però ragionevole il dubbio, se la conseguenza precedente ricavata da esperienze istituite con canale applicato ad un orificio a spigoli taglienti, sussista ancora pel caso ordinario di una bocca munita di saracinesca, scorrente lungo due lati di notabile grossezza. Non si hanno esperienze che possan decidere la questione, e conviene, in mancanza di meglio, ricorrere all'ordinario coefficiente della pratica, la quale, senza però alcun fatto preciso che la giustifichi, usa assumere $m = 0,70$, e stabilisce

$$Q = 0,7 . l . h . \sqrt{2g.H}.$$

297) Allorchè il carico sia piccolo, cosicchè l'acqua a valle copra il bordo superiore del foro, allora la portata, e quindi il suo coefficiente, riescono alterati. Se il contrabattente è piccolo, nessuna regola abbiamo che possa guidarci nella questione; ma se esso sia grande, allora siamo nel caso del num. 136; e l'altezza dovuta alla velocità dell'efflusso sarà la differenza di livello dell'acqua a monte e a valle della saracinesca; si avrà cura di prendere l'altezza o profondità dell'acqua sotto

corrente in punto ove il moto sia regolare. Se h' è quest'ultima altezza, H quella sopra corrente e superiore al bordo di efflusso, la portata dell'orificio, e quindi del canale, sarà

$$Q = 0,7 . l . h \sqrt{2g(H-h')}.$$

Le questioni che si possono proporre si trattano come nei casi della presa libera considerati precedentemente.

Articolo II.

Moto permanente

298) Abbiamo già altrove accennato dirsi *permanente* il movimento allorchè la velocità, l'altezza dell'acqua, la portata ec. variano bensì da sezione a sezione, ma si mantengono costanti in una sezione medesima; allorchè in una parola le quantità accennate sono indipendenti dal tempo. Trattasi ora di vedere dietro quali norme e misure si possa determinare la portata di un fiume o canale, allorchè in esso ha luogo un tal movimento.

299) Sia AB (fig. 36) l'andamento del fondo del canale, CD quello della superficie libera. Immaginiamo praticate molte sezioni $M_0 N_0$; $M_1 N_1$.... MM; mn;.... $M_n N_n$ ravvicinatissime fra di loro così, che la sezione e la velocità non varino da una sezione alla susseguente che di quantità piccolissime. Indicheremo con S, C, p, v la sezione, perimetro bagnato, pendenza e velocità della sezione generica MN, con w il piccolissimo aumento e la piccolissima diminuzione di velocità nel passaggio dalla MN alla mn; con w la distanza Mm, e con le stesse lettere munite dei rispettivi indici al basso le stesse quantità riferite alla sezione che porta il medesimo indice.

Considerando l'acqua nel suo passaggio per MN, avremo che la forza acceleratrice sarà espressa da

$$g . p - a' . \frac{C}{S}(v^2 + b v),$$

attesochè le due forze di gravità e quella occasionata dalle resistenze operano in senso opposto. Ora chiamando t il picco-

lissimo tempo impiegato nel giungere da MN in mn, e nel quale la velocità ha acquistato il piccolissimo aumento w, sarà

$$g p - a' . \frac{C}{S} (v^2 + b v) = \frac{w}{t},$$

perchè il valore della forza sollecitante si ottiene dividendo l'aumento di velocità impresso al corpo in un piccolissimo tempo pel tempo medesimo.

Moltiplicando tutto per w, e rimarcando che pel piccolo tempo t il moto si può prendere come uniforme, e quindi che si ha

$$\frac{w}{t} = v,$$

otterremo

$$g p w - a . \frac{C}{S} (v^2 + b v) = v . w.$$

Quello che si è detto per la sezione MN potendosi replicare per ogni sezione, avremo tante equazioni eguali alla precedente, quante sono le sezioni, meno una, le quali sommate fra loro condurranno alla

$$g \Sigma p w - a' \Sigma . \frac{C}{S} (v^2 + b v) = \Sigma . v . w,$$

dove col segno Σ abbiamo espresso la somma delle quantità analoghe a quelle sotto lo stesso comprese, ed estesa dall'apice o fino a quello notato $n-1$, cioè dalla prima alla penultima sezione. Sarà meglio prendere di queste quantità la media fra quelle che corrispondono a due sezioni prossime.

300) È poi facile avere immediatamente il valore delle due quantità

$$\Sigma . p w; \quad \Sigma . v . w.$$

In quanto alla prima, si scorge tosto $p . w$ esprimere la pendenza totale sulla lunghezza w, e quindi $\Sigma . p w$ la somma delle pendenze totali da sezione a sezione, cioè la pendenza totale della superficie libera dalla prima all'ultima sezione. Detta P questa pendenza, sarà

$$\Sigma . p w = P.$$

Per ciò che riguarda alla seconda, immaginiamo il triangolo rettangolo isoscele ABC (fig. 37) tale, che la base AB eguagli la velocità nell'ultima sezione, cioè v_n; e prendiamo una $Am = v_0$ cioè alla velocità nella prima. Portando da m in avanti sulla AB i successivi aumenti delle velocità e conducendo per ciascun punto così segnato altrettante ordinate parallele a BC, e prolungatele fino all'incontro colla AC, esse esprimeranno successivamente le velocità nelle successive sezioni. Sia st quella corrispondente alla sezione generica MN ed ss' il rispettivo aumento w. Il prodotto vw sarà rappresentato dall'area del rettangolo costruito su st ed ss', o, se ss' è piccolissimo, e meglio se per v nella formola superiore s'è presa la media fra st ed $s't'$, dal trapezio $tss't'$. Discende da ciò che la somma di tutti quei prodotti sarà espressa dall'area del trapezio $mm'BC$ e che quindi sarà

$$\Sigma . v . w = \frac{1}{2} v_n^2 - \frac{1}{2} v_o^2.$$

301) Sostituendo le due somme ora trovate nell'equazione superiore, avremo

$$gP - a' \Sigma . \frac{C}{S} (v^2 + b v) w = \frac{1}{2} (v_n^2 - v_o^2),$$

ossia

$$\text{(A)} \quad P = a' \Sigma \frac{C}{S} (v^2 + b v) w + \frac{1}{2g} (v_n^2 - v_o^2);$$

la quale ci somministra direttamente la pendenza totale, note che sieno le altre quantità.

Introducendo in essa la portata in luogo delle velocità, mediante la nota relazione

$$v = \frac{Q}{S},$$

avrassi

$$\text{(B)} \quad P - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{S_n^2} - \frac{1}{S_o^2} \right) + a \Sigma . \frac{QC}{S^3} . \{ Q + b S \} w.$$

Quest'ultima servirà alla determinazione di Q nella maniera

seguente. Rimarcando che Q è costante, essa può scriversi

$$P = Q^2 \frac{1}{2g}\left\{\frac{1}{S_n^2} - \frac{1}{S_0^2}\right\} + a\,Q^2 \Sigma . \frac{C.w}{S^3} + a\,b.\,Q \Sigma . \frac{C\,w}{S^2};$$

ossia, ordinando rapporto a Q, e ponendo per brevità

$$(1)\ M = \frac{1}{2g}\left\{\frac{1}{S_n^2} - \frac{1}{S_0^2}\right\} + a\,\Sigma . \frac{C.w}{S^3}$$

$$(2)\ N = a\,b.\,\Sigma . \frac{C\,w}{S^2},$$

$$P = M.\,Q^2 + N.\,Q,$$

da cui

$$(C)\ Q = \frac{-N + \sqrt{N^2 + 4\,M\,P}}{2\,M}.$$

302) Le considerazioni sulle quali poggiano le formole superiori addomanderebbero assai piccola la distanza w di due sezioni prossime. Questo però non si ritiene assolutamente necessario negli ordinarii casi della pratica, e per tratti abbastanza regolari del fiume, ne' quali la velocità non varia che di quantità assai piccole anche per sezioni molto lontane; a questo s'aggiunga che non si danno le formole superiori se non se quali formole di approssimazione, e anche forse appena appena mediocre; la distanza delle sezioni può giungere anche a 500 metri e più in alcuni casi, senza che si possa dubitare che l'approssimazione al vero sia punto diminuita. Ecco allora il modo di procedere in questa ricerca. Scelto un tratto il più che si può regolare del fiume, si pratichi nel medesimo un certo numero di sezioni, di ciascuna delle quali si misurerà l'area e il perimetro bagnato, e per maggiore approssimazione si prenderà l'area e il perimetro medio di due sezioni prossime; con accurata livellazione si determinerà infine la pendenza totale P del tronco compreso fra la prima e l'ultima sezione. Ciò fatto, si avrà tutto in pronto pel calcolo delle quantità M ed N (1) (2) e quindi della Q. Eccone alcuni esempii.

Esemp. Funk misurò alcuni profili del Weser che si trovano registrati nella sua *Idrotecnica dei fiumi* ai num. 490 — 502; prendendo da

questi le aree e i perimetri medii, noi formeremo facilmente la tavola seguente:

ω	S	C	P
metr.	m. quad.	metr.	metr.
602,68	78,78	92,27	
661,10	64,54	94,31	
668,10	65,82	94,90	1,269
630,70	115,27	84,39	

Con questi dati troveremo

$$\Sigma.\frac{C\omega}{S^2}=42,564;\ \Sigma.\frac{C\omega}{S^3}=0,6026;\ \frac{1}{S_n^2}-\frac{1}{S_0^2}=0,00008587;$$

quindi, adoperando i coefficienti per le velocità inferiori ad un metro, tali essendo nel caso attuale,

$$M=0,00021186;\quad N=0,002655,$$

e

$$Q=71,35.$$

Una stima fatta col mulinello di Woltmann avea somministrato

$$Q=74,12;$$

la differenza col risultamento del calcolo precedente è appena tre centesimi del totale.

In un secondo punto del fiume medesimo Funk rilevò i dati seguenti:

ω	S	C	P
metr.	m. quad.	metr.	metr.
158,83	74,69	104,53	
126,14	54,40	96,36	
128,48	53,72	105,70	0,4465

con questi si trova, adoperando i coefficienti per velocità maggiori di un metro,

$$Q=74,80,$$

che differisce ancor meno della precedente dal vero.

Nel medesimo libro di Funk trovansi dati i seguenti elementi per la misura della portata dell'Elba.

ω	S	C	P
metr.	m. quad.	metr.	metr.
392,25	434,15	177,92	
632,61	408,94	170,08	0,3954
334,51	446,07	188,91	
630,74	384,23	193,30	

con questi, e coi coefficienti che corrispondono a velocità superiore ad un metro, come era in tali esperienze, si trova

$$Q = 427,2,$$

una stima fatta qui pure col mulinello di Woltmann avea dato

$$Q = 413,7,$$

che differisce appena di tre centesimi della portata totale.

303) L'accordo che abbiamo trovato delle formole col fatto negli esempii precedenti, accordo superiore forse ad ogni aspettazione, non deve però lusingarci di troppo, e condurci nella credenza che le formole date sieno eccellenti per ogni caso della pratica, e tali da potervisi affidare senza tema di errore valutabile. Ciò nè dee dirsi, nè credersi; imperocchè anzi la esposta teoria è soggetta a gravi obbiezioni, nè riceve tuttora la conferma dall'esperienza, la quale sola può raccomandarne l'uso alla pratica con qualche lusinga di felice successo. Ad ogni modo una tale ricerca merita molta attenzione, e deve essere caldamente raccomandata ai pratici, perchè cerchino con accurate e numerose esperienze di portarvi quelle correzioni, delle quali può forse abbisognare.

304) Fra le correzioni indicate non posso dispensarmi dall'accennarne qui una proposta dal Coriolis (*).

Il metodo da noi seguito per giungere alle equazioni superiori ammette implicitamente che la velocità delle fluide stille sia eguale nei varii punti di una medesima sezione, locchè

(*) Annales des ponts et chaussées: 1 serie 1836, 1 semestre, pag. 314.

non succede mai nelle acque correnti per gli alvei. Questa circostanza fa sì che venga un poco alterato il termine che esprime la differenza delle forze vive, ossia il termine

$$\frac{1}{2g}\{v_n^2 - v_o^2\}.$$

Mostrò il sig. Coriolis che tenendo un conto approssimato delle variazioni portate dall'essere la velocità differente nei varii punti di una medesima sezione, il detto termine dovea essere moltiplicato per un coefficiente numerico α, il cui valore dipende dalla legge, secondo cui la velocità è distribuita nella sezione, e che quindi varia al variare della legge medesima. Poggiando il calcolo sopra la legge della velocità osservata da Raucourt sulla Neva, trovò il coefficiente 1,40; secondo altre leggi il coefficiente medesimo si sbassò fino a 1,06 ed egli suggerisce di prendere il valore 1,10 pei canali, e da 1,17 ad 1,45 pei fiumi. Nel semestre secondo dei medesimi annali di ponti e strade il sig. Vauthier fece vedere che un tal coefficiente diminuisce al crescere della velocità media, ed esser probabile che nelle ordinarie leggi delle velocità il suo valore non si scosti da 1,10 per piccole velocità, da 1,06 per velocità di un metro. I valori accennati sono però frutto unicamente di considerazioni teoriche, e nulla si è potuto ricavare dall'esperienza. L'applicazione che se ne è voluto fare a certi fenomeni osservati dal Bidone non credo esser giusta: vedremo che per quei fatti, che spettano a' rigurgiti, le formole del movimento permanente sono inapplicabili, e che quindi nessuna conseguenza può ricavarsi dal calzare maggiormente le formole al fatto mediante quella correzione. Io divido l'opinione del Vauthier, che quelle formole addomandino modificazioni molto più essenziali di quella ora accennata; modificazione che per me lascierò ben volentieri, ritenendo le formole quali si sono trovate nei numeri precedenti.

305) S'è voluto tentare l'applicazione di questa teoria alla determinazione dell'andamento che presenta la superficie libera, e delle varie altezze d'acqua nelle varie sezioni: io però non m'occuperò punto di tale ricerca perchè molto incerta, e piuttosto chiuderò queste considerazioni sul movimento per-

manente, esaminando alcuni fatti che si possono facilmente ricavare dalla equazione fondamentale, pel che ricordo soltanto essersi preso crescente l'indice applicato alle varie quantità da monte verso valle, cioè nel senso della corrente.

1.° Ogni qual volta la velocità media va crescendo da monte a valle, la pendenza in superficie sarà maggiore di quella che compete al movimento uniforme, quindi maggiore di quella del fondo: il contrario succederà quando la velocità vada invece diminuendo. Ciò si scorge facilmente osservando che $v_1^2 - v_0^2$ è positivo nel primo, negativo nel secondo caso.

2.° Allorchè la velocità va diminuendo può succedere che $\frac{1}{2g}(v_1^2 - v_0^2)$ eguagli numericamente $a.\frac{C}{S}(v^2 + bv)$; allora la pendenza è nulla, la superficie orizzontale: che se la seconda quantità avesse a superare la prima, la pendenza diverrebbe negativa, e la superficie, alzandosi a valle, si farebbe convessa.

3.° Generalmente parlando, e a uniforme andamento di alveo, possiam dire che il parallelismo della superficie libera al fondo è indizio di movimento uniforme; una pendenza in superficie maggiore di quella del fondo indicare movimento accelerato, moto ritardato una pendenza minore: cioè in altre parole, la linea retta sarà indizio di uniformità del moto, la linea convessa di accelerazione, la linea concava sarà segno di movimento ritardato.

CAPITOLO III.

Stima delle velocità e delle portate

306) Abbiamo già detto essere scopo della idrometria la misura delle acque correnti, e quindi principalissimo problema della medesima la stima della portata dei canali e dei fiumi. Non essendo sempre applicabili le regole date nel precedente capitolo, è ora necessario che noi progrediamo nella esposizione dei mezzi a ciò adoperati. Questi si riducono a

due metodi distinti: o misurando con opportuni strumenti, detti *tachimetri*, la velocità dell'acqua scorrente nei varii punti di una sezione, per indi dedurne la velocità media, che moltiplicata per la sezione somministra la portata; oppure obbligando l'acqua a passar tutta per una bocca determinata, o per uno scaricatore, e approfittando delle nozioni già poste nella foronomia; si dicono *regolatori* quelle temporarie costruzioni che a tal uopo importa eseguire.

Articolo I.

Stima delle velocità e portate mediante i tachimetri

307) È mestieri premettere alla descrizione de' tachimetri e all'esposizione del modo di usarne, alcuni fatti importanti cavati dalla teoria dell'urto che provano i corpi che si muovono in un mezzo qualunque. Questi fatti si possono per noi semplicemente compendiar ne' seguenti.

1.° L'urto che soffre un corpo da una corrente d'acqua in cui trovasi immerso può essere paragonato ad un peso; esso può sempre misurarsi in kilogrammi, e varia, secondo la velocità dell'acqua, la forma e le dimensioni del corpo.

2.° Il fatto il più generalmente constatato dall'esperienza è quello che l'intensità di un tale urto è proporzionale al quadrato della velocità, con cui il corpo è urtato, ed all'area della sua massima sezione fatta perpendicolarmente alla direzione della corrente. Se dunque dicasi A una tale area, e v la velocità della corrente, essendo il corpo fermo, l'intensità dell'urto si potrà esprimere con

$$K.A.v^2$$

essendo K un coefficiente numerico che varia al variare della forma del corpo, e alcun poco eziandio al variare delle sue dimensioni.

3.° Se il corpo si muove, allora l'intensità dell'urto è proporzionale al quadrato della velocità relativa. Se sia v la velocità della corrente, u quella del corpo valutata nella direzione istessa della corrente, sarà l'urto eguale a

$$K.A(v-u)^2.$$

4.° Se l'urto è obbliquo, K varia al variare l'angolo sotto del quale viene urtato il corpo; la legge di tali variazioni sembra essere complicatissima, e tuttora molto incerta.

5.° Secondo le esperienze di Beaufoy, l'urto che sopporta una sfera di raggio r, urtata con velocità v, sarebbe

$$0,383,1000.\pi.r^2.\frac{v^2}{2g}=61,35.r^2.v^2.$$

308) Premesse queste nozioni sulla misura dell'urto, passeremo ora alla descrizione dei varii strumenti ideati all'uopo di misurare la velocità delle acque correnti. Fra questi noi sceglieremo i più semplici ed i più usati, perchè sono anche quelli che conducono a risultamenti i meno lontani dal vero. Essi possono dividersi in due classi: comprende la prima i così detti *galleggianti*; spettano alla seconda i *tachimetri fissi*, i quali sono più propriamente destinati ad indicare la velocità in alcuni punti di una sezione determinata.

(*A*) Galleggianti

309) Tre sono i galleggianti comunemente adottati: 1.° il *galleggiante semplice* destinato ad esplorare la velocità in superficie, e più propriamente quella del filone; 2.° il *galleggiante composto*, il cui scopo è quello di determinare la velocità della corrente ad una data profondità sotto la superficie; 3.° l'*asta ritrometrica*, che serve a conoscere la velocità media degli strati corrispondenti ad una medesima verticale.

1.° Galleggiante semplice

310) Per galleggiante semplice s'intende un piccolo corpo di figura qualunque, e specificamente più leggero dell'acqua, cosicchè, gettato che sia in una corrente, rimanga a gala e si possa segnare con l'occhio per tutto il suo corso.

311) Se il galleggiante avrà tale densità da rimanere quasi intieramente sommerso, allora acquisterà in breve tratto di tempo la velocità della corrente, purchè la naturale pendenza di questa sia molto piccola.

È mestieri che sia quasi intieramente sommerso, per togliere l'effetto dovuto alla resistenza dell'aria; è necessario che la pendenza superficiale della corrente sia piccola, altrimenti il galleggiante concepirebbe velocità maggiore di quella del fiume, in virtù della componente del suo peso parallela alla superficie.

Per galleggiante semplice servirà molto bene una palla cava di ottone, munita di opportuno coperchio, e nella quale s'introdurranno dei pallini di piombo fino a che, immersa nell'acqua, la superficie del liquido riesca quasi tangente alla palla medesima.

312) Il galleggiante dopo un tempo più o meno lungo, secondo le circostanze, va di per se stesso a porsi nel filone del fiume, ove si mantiene durante tutto il suo corso. Ciò proviene dal non avere tutte le particelle che lo investono la stessa velocità: le più vicine al filone, correndo assai più che le altre, la spinta sarà eccentrica, il corpo si muoverà di moto progressivo e rotatorio insieme, avanzandosi nel fluido il termine più vicino al filone, e urtando così obbliquamente il fluido anteriore, la cui resistenza dovrà per ciò respingerlo continuamente verso il filone, nè cesserà di ciò fare fino a che non ve l'abbia condotto intieramente. Quando il filone sia molto sensibile, ciò avrà luogo in piccolissimo tempo, e converrà allora cercare di porlo da bel principio pressimamente nel filone medesimo. Per l'esperienza conviene attendere che il moto del galleggiante sia reso uniforme, locchè succede in brevissimo tempo; converrà di più fare gli esperimenti ad aria tranquilla, potendo essere la velocità superficiale sturbata dall'azione del vento.

313) La velocità del galleggiante si esplorerà contando con un orologio a secondi il tempo impiegato dal medesimo a percorrere una lunghezza nota e precedentemente misurata, e poi dividendo una tale lunghezza pel tempo. Sarà mestieri replicare molte volte l'esperienza e prendere la media delle varie velocità ottenute in ciascuna.

Avuta coll'uso del galleggiante semplice la velocità del filone, si moltiplica questa per 0,81, onde avere la velocità

media; o meglio la velocità media v si avrà dalla formola

$$v = V \frac{V + 0,059}{V + 0,150},$$

dove V rappresenta quella del filone. Basterà poi moltiplicare la velocità media per la sezione, e si avrà la portata.

La ragione di ciò sarà da noi veduta in appresso.

314) Il galleggiante semplice non dà propriamente che la velocità del filone; quando però questo non sia molto marcato, si può da esso avere anche la velocità superficiale a varie distanze dalle sponde nel modo seguente.

Scelto un tratto regolare del fiume, e dove l'acqua cammini prossimamente parallela alle sponde, alle sue estremità si tendano attraverso alla corrente due funicelle divise in parti di nota lunghezza; gettato il galleggiante a quella distanza dalla riva, alla quale prossimamente si desidera avere la velocità, si noti il punto ove entra sotto la funicella a monte e quello per cui sorte al di sotto della funicella a valle, contando contemporaneamente con un orologio a secondi il tempo impiegato a percorrere lo spazio interposto fra le medesime. Dividendo la distanza nota delle due funicelle pel detto tempo si avrà la velocità dell'acqua nella linea percorsa dal galleggiante, linea che si potrà prendere come parallela alla sponda e distante dalla medesima quanto è la distanza media da essa riva del punto di entrata e di quello di sortita. Per ciò fare è però necessario che queste due distanze sieno di poco differenti fra loro, e quindi che il filone sia poco sensibile.

2.° Galleggiante composto

315) Il galleggiante composto (fig. 38) è formato da due palle A e B congiunte fra loro mediante un sottilissimo cordoncino di seta. La palla A deve essere notabilmente più leggera dell'acqua, e notabilmente invece più pesante la B; il loro peso però deve essere così temperato che gettato lo strumento nell'acqua la palla superiore rimanga sepolta a fior d'acqua così, da non sporgere dalla medesima che di piccolissima quantità.

Serviranno opportunamente a quest' uopo due palle di ottone vuote, in una delle quali si introdurranno dei pallini di piombo fino a che abbia acquistato il peso conveniente, locchè si potrà facilmente esperimentare dapprima.

Coll'avvertenza premessa il filo ben poco s' incurverà per l'urto degli strati interposti fra le due palle, e la retta passante pei loro centri devierà di poco dal perpendicolo, cosicchè si potrà prendere la lunghezza del filo come eguale alla profondità dello strato ove trovasi immersa la B, almeno con errore più che tollerabile in tali esperienze.

316) Gettato questo galleggiante nella corrente, dopo breve tempo concepirà una velocità uniforme, che si potrà facilmente misurare, essendo quella stessa di cui è dotata la palla A visibile alla superficie. Contemporaneamente, o poco prima, si esplorerà con un galleggiante semplice la velocità in superficie. Diremo V la velocità del galleggiante composto, v quella del galleggiante semplice, u la velocità dello strato in cui muovesi la palla B. Si tratta di determinare u, note che sieno le due V e v nonchè i diametri delle due palle, che diremo A e B.

317) Diminuendo la velocità della corrente dalla superficie al fondo, se le due palle fossero libere, la palla A si muoverebbe più veloce della B; ma essendo esse legate in sistema, non possono che concepire un movimento comune; la palla A sarà ritardata, e accelerata la B, e quindi nel mentre che la corrente urterà la palla A sarà invece urtata dalla B; l'intensità di questi urti, per quanto abbiamo premesso, si potrà esprimere rispettivamente con

$$K.A^2(v-V)^2;\quad K.B^2(V-u)^2.$$

La risultante di queste due forze dovendo annullarsi per essere equabile il movimento, avremo

$$K.A^2(v-V)^2-K.B^2(V-u)^2=0,$$

da cui

$$(1)\quad u=V-\frac{A}{B}(v-V).$$

Se i diametri delle palle sono eguali, sarà

$$(2)\quad u=2V-v.$$

318) Dando al filo lunghezze più o meno grandi, si potranno ricavare le velocità della corrente a varie profondità, donde la media.

Anche questo galleggiante va adoperato nel filone, e somministra la velocità media nella sezione longitudinale del filone; però nei casi, in cui la differenza delle velocità non sia molto forte, si potrà usare anche fuori del filone congiuntamente al galleggiante semplice, e nel modo che abbiamo precedentemente indicato per quest'ultimo. La media fra le velocità osservate, sarà poi la velocità media della corrente.

3.° Asta ritrometrica

319) È l'*asta ritrometrica* (*) un'asta cilindrica di legno di $0^m,03$ a $0^m,04$ di diametro, formata di varii pezzi che si possono congiungere fra loro, e ciò per comporre con pochi pezzi variamente combinati aste ora più, ora meno lunghe, secondo il bisogno. Al pezzo che forma l'estremità inferiore dell'asta è unito un cilindro di latta, dove s'introducono dei pallini di piombo, quanti ne abbisognano per fare che l'asta rimanga quasi tutta sommersa, non dovendo sporgerne fuori dell'acqua che una piccola parte soltanto. Il pezzo che forma l'estremità superiore sporgente dall'acqua porta in cima una piccola ancoretta di filo di ferro.

320) Mediante l'indicata costruzione avendo portato molto basso il centro di gravità del sistema, gettata l'asta in una corrente, essa camminerà prossimamente verticale, a meno che la differenza delle velocità negli strati attraversati da essa non sia notabilissima, ne' quali casi eccezionali non si potrebbe adoperare. Se l'asta si muove in modo da deviare di poco dal perpendicolo, si ammette ch'essa cammini con velocità tale che eguaglia la velocità media della corrente nella sezione longitudinale da essa percorsa.

321) Ciò premesso, ecco il modo di servirsi di questo

(*) Ricerche geometriche ed idrometriche fatte nella scuola degli ingegneri pontificii l'anno 1821. Milano 1822.

strumento. Si sceglierà dapprima uno dei tratti i più regolari del fiume, ove le sponde sieno sensibilmente parallele, e dove quindi siavi fondata lusinga che le fluide stille descrivano linee parallele alle sponde medesime, così che, immersa l'asta nel fiume, essa non si inclini nè a sinistra, nè a diritta; si determinerà poi la lunghezza di quella parte del corso in cui vuolsi operare, e si tenderanno attraverso alla corrente nelle sezioni estreme due cordoni divisi in parti eguali di nota lunghezza, pes es. di un metro. Nella sezione a monte il cordone deve trovarsi di $0^m,20$ o $0^m,30$ superiore al pelo della corrente, a cui deve essere quasi al contatto nella sezione a valle, dovendo il primo lasciar passare l'asta liberamente, la quale deve invece attaccarsi al secondo mediante quell'ancoretta, di cui abbiam detto essere munita la sua parte che sporge dall'acqua.

Con opportuni scandagli si rileverà il profilo del fondo nelle due sezioni estreme nonchè in qualche sezione intermedia. Questi profili serviranno a darci le varie altezze dell'acqua alle varie distanze dalle sponde, e quindi la lunghezza che deve aver l'asta nelle varie esperienze, dovendo essa in ogni caso giungere vicinissima al fondo, senza toccarlo; e ciò perchè possa abbracciare il maggior numero possibile di strati, senza che venga menomamente sturbata dal fondo nel suo movimento.

Si fissa quindi il numero delle linee longitudinali che si vogliono far percorrere all'asta, e approssimativamente le scambievoli loro distanze, per poter regolare le gettate dell'aste medesime nonchè le loro lunghezze.

Tre persone almeno sono necessarie. La prima posta in una barca a cinque o sei metri a monte della sezione superiore, è incaricata di por l'asta nel fiume a quella distanza dalla sponda che s'è prima fissata, e ad osservare attentamente il punto del cordone a monte, sotto cui passa: si mette l'asta nell'acqua a questa distanza perchè abbia il tempo di acquistare un movimento uniforme. La seconda persona, collocata egualmente in una barca un poco al di sotto della sezione a valle, deve raccogliere l'asta che viene ad attaccarsi al relativo cordone, e notare essa pure il punto ove s'è attaccata al cordone mede-

simo. Il terzo osservatore finalmente, posto sopra la riva, osserva, con un orologio a secondi, il tempo impiegato dall'asta a percorrere lo spazio compreso fra i due cordoni.

Siccome le linee percorse non sono mai molto obbliquе all'asse del fiume, così si prende la distanza media fra quelle di entrata e di sortita dai due cordoni, come la distanza della linea parallela alla sponda percorsa dall'asta, e si considera eguale alla distanza dei due cordoni la lunghezza dello spazio percorso dall'asta medesima.

322) Replicata l'esperienza su tutte le sezioni longitudinali, che prima si è creduto opportuno di stabilire, ecco come si accostuma progredire nel calcolo della portata.

Si assume che la velocità media del volume liquido, compreso fra i due piani verticali percorsi da due aste consecutive, sia eguale alla media aritmetica fra le due velocità dell'aste medesime. Stimata allora l'area del profilo medio compresa fra le due ordinate corrispondenti ai piani medesimi, nel prodotto di questa area per la media aritmetica delle due velocità dell'aste, si avrà la portata di quella porzione della sezione, e nella somma di tutte queste portate parziali si avrà la portata totale. Divisa questa per la sezione, somministrerà la velocità media del fiume nel tratto che si considera.

Eccone un esempio nell'applicazione di questo metodo alla stima della portata del Tevere, fatta a Roma il 19 giugno 1821.

Esemp. Il livello del fiume era di $1^m,17$ inferiore all'ultimo gradino del porto di Ripetta presso della Dogana, il qual punto è di $7^m,66$ superiore al livello del Mediterraneo; cosicchè il pelo del Tevere era nel giorno dell'esperienza di $0^m,73$ al di sopra delle sue massime magre. Il giorno era bellissimo, senza vento, e lo stato del fiume permanente.

Si scelse una lunghezza di 60^m; il cordone teso a monte era lungo $70^m,39$; quello a valle $77^m,64$. Ecco nella seguente tavola il risultamento delle esperienze.

Lunghezza dell'asta	Distanza del suo centro di gravità dall' estremità inferiore	Tempo impiegato a percorrere lo spazio di 60m	Profondità media		Distanza media fra due linee vicine
			sopra ogni linea	fra due linee vicine	
metr.	metr.	secondi	metr.	metr.	metr.
1,71	0,645	108″.	2,57	1,285	6,16
2,21	0,69	78″.	3,07	2,82	4,715
id.	id.	57″.	3,09	3,08	5,49
id.	id.	59″.	3,18	3,135	3,445
id.	id.	55″.	3,145	3,162	8,72
id.	id.	50″.	3,28	3,212	7,38
3,21	0,93	54″.	3,565	3,422	7,045
id.	id.	51″.	4,395	3,98	10,155
3,81	1,18	54″.	4,49	4,442	2,93
id.	id.	54″.	4,43	4,46	1,37
id.	id.	61″.	4,43	4,43	5,98
id.	id.	71″.	4,48	4,455	2,135
				2,24	8,45

Coi dati di questa tavola formeremo facilmente la seguente:

Velocità dell'asta nella linea percorsa	Velocità media fra due linee vicine	Sezioni parziali	Portate parziali
0,556	0,556	7,916	4,4013
0,769	0,662	13,296	8,8020
1,053	0,910	16,909	15,3872
1,017	1,035	10,800	11,1780
1,091	1,054	27,573	29,0619
1,200	1,145	23,705	27,1422
1,111	1,156	24,108	27,8688
1,176	1,143	40,417	49,1966
1,111	1,143	13,015	14,8761
1,111	1,111	6,110	6,7882
0,984	1,047	26,491	27,7361
0,845	0,914	9,511	8,6931
	0,845	18,928	15,9942
	Somme	218,779	246,1257

Avremo quindi la portata = metr. cub. 246,1257; la velocità media $= \frac{Q}{S} =$ metr. 1,125.

La velocità superficiale nel filone, esperita mediante un galleggiante semplice, era 1,364.

In questa esperienza dunque il rapporto fra la velocità media e quella della superficie nel filone sarebbe 0,81 circa; cioè conforme ad una regola della pratica, che noi avremo occasione di vedere in appresso.

323) Il metodo che ora abbiamo spiegato tende però a dare risultamenti un po' maggiori del giusto. Essendo infatti necessario il mantener l'asta a sufficiente distanza dal fondo del

fiume per ischivare i punti salienti che si possono trovare lungo il medesimo, si è obbligati a trascurare la stima della velocità dell'ultimo strato liquido il più vicino al letto, velocità notabilmente minore di quella degli strati superiori, in cui l'asta trovasi immersa. Prendendo la velocità dell'asta come la velocità media della corrente lungo la linea da quella percorsa, si viene a stimare una velocità media maggiore del giusto, e conseguentemente anche una portata maggiore. Quale influenza possa questo avere sul risultamento finale sarebbe difficile il precisare, e ciò tanto più, in quanto che deve avervi notabile parte la natura del letto. L'approssimazione data dalle aste ritrometriche è però sufficiente negli ordinarii casi di grossi fiumi, in cui vengono adoperate.

324) Teodoro Bonati, che pel primo suggerì questo strumento, ebbe in mira di determinare col suo mezzo la legge della velocità in una verticale, e ciò mediante la conoscenza della velocità dell'asta e dell'angolo ch'essa forma col perpendicolo. Lasciando da parte la grandissima difficoltà di misurare quest'angolo, i due dati sarebbero ancora insufficienti allo scopo, e converrebbe ammettere nota la natura di questa legge, ossia la natura della curva che la rappresenta, della quale con quei due dati si potrebbero determinare due soli parametri. Bonati assunse la relazione

$$v = V - a.x^n,$$

essendo V la velocità in superficie, v quella alla profondità x, a ed n i due parametri incogniti. Venturoli suppose che la legge della velocità sia rappresentabile da una retta spezzata. Non mi trattengo intorno a tali calcoli, perchè credo che tornino a nulla, e che la pratica da essi non possa trarre alcuna utile conseguenza.

325) S'è detto in principio che si accostuma prendere la velocità dell'asta come eguale alla velocità media della corrente nella verticale segnata dall'asta medesima: ciò torna lo stesso come ammettere l'urto proporzionale alla semplice velocità relativa, locchè sembra essere conforme all'esperienza, trattandosi di velocità piccolissime, come appunto succede nel nostro caso, attesochè la velocità dell'asta di poco differirà da

quella dei varii punti della corrente, avendo assunto per condizion principale che l'asta devii pochissimo dal perpendicolo.

(*B*) Tachimetri fissi

326) È scopo di questi strumenti misurare la velocità di una corrente in un punto assegnato di una determinata sezione, o più propriamente, la velocità media corrispondente ad una piccola porzioncella situata in un punto fissato di questa sezione.

Moltissimi sono gli strumenti ideati a quest'uopo; io mi accontenterò di descrivere i più usitati, perchè sono anche quelli, di cui possiamo ammettere l'uso con maggiore fiducia.

1.° Pendolo semplice

327) Il *pendolo semplice* (fig. 39) è costituito essenzialmente da una palla *M*, specificamente più pesante dell'acqua, sospesa mediante un filo ad un punto fisso *C*, centro di un quadrante *AB* diviso in gradi e parti di grado, e del quale si può mettere verticale il lato *CB* mediante un piombino.

Serve questo strumento a misurare la velocità superficiale in un punto qualunque; al qual uopo, posto verticale il lato *CB*, si getta la palla *M* nella corrente così che rimanga intieramente sommersa. L'urto dell'acqua la sposterà allora dal perpendicolo di un angolo α, che si potrà leggere sul quadrante *AB*. Egli è mediante la conoscenza di quest'angolo e del peso della palla che si può giungere a determinare la velocità posseduta dall'acqua nel luogo occupato dalla palla medesima, nel modo che ora esporremo.

328) La palla *M* ridotta all'equilibrio, trovasi sollecitata da due forze, l'una dovuta al proprio peso nell'acqua, l'altra all'urto della corrente; la prima sarà verticale, parallela l'altra alla superficie, e quindi assai prossimamente perpendicolare alla prima; amendue passeranno pel centro, e la loro risultante dovrà essere nella direzione del filo, cioè formerà un

angolo α colla prima delle due forze accennate. Detta P questa forza, Q quella dovuta all'urto, sarà quindi

$$\text{tang. } \alpha = \frac{Q}{P};$$

donde

$$Q = P. \text{tang. } \alpha$$

P sarà il peso della palla diminuito del peso di un egual volume di acqua; Q sarà eguale a $\frac{300,8}{2g}. D^2 v^2$ (num. 307), essendo D il diametro della palla, v la velocità cercata; avremo quindi

$$v = 0,05766. \sqrt{2g}. \frac{\sqrt{P}}{D}. \sqrt{\text{tang. } \alpha}$$

Se la corrente fosse sensibilmente inclinata alla verticale, detto φ l'angolo da essa formato colla verticale medesima, allora nella formola precedente a tang. α converrebbe sostituire $\frac{\text{sen. } \alpha}{\text{sen. } (\varphi - \alpha)}$.

Potendo nascere dubbio nella stima di D e dei coefficienti numerici, sarà più opportuno l'assumere

$$v = K. \sqrt{\text{tang. } \alpha},$$

essendo K una costante pel medesimo pendolo, e che si determinerà una volta per sempre mediante esperimenti preliminari.

329) Si è voluto usare il pendolo semplice anche per esplorare la velocità della corrente a varie profondità; ma allora la corrente, investendo il filo, lo dispone in linea curva, della quale è impossibile determinar la natura, dipendendo questa dalla legge della velocità che ci è ignota, e l'angolo α non è che l'inclinazione dell'ultimo latercolo. Il sostituire al filo una spranga ci obbligherebbe a tener conto dell'urto sofferto dai varii punti della spranga, e complicherebbe in modo irresolubile la questione.

330) Al precedente strumento suggerisce Venturoli per ogni caso la seguente modificazione. Si abbandoni il quadrante, e in luogo di rendere fisso il filo, si faccia esso passar sopra

una girella mobilissima in C (fig. 40), e dall'altro capo sospendasi quel peso T che basti a trattenere la palla in equilibrio. Ecco come allora si potrà giungere alla conoscenza della velocità posseduta dall'acqua che investe la palla.

L'impressione dell'acqua contro ciascun latercolo della curva del filo si esercita secondo la perpendicolare ad esso latercolo. Adunque, se noi trascuriamo il peso proprio del filo, il qual peso è pochissima cosa a fronte dell'impulso dell'acqua che lo investe, possiamo dire che il filo è sollecitato in ogni suo punto da forze ad esso filo normali. Adunque, per una nota proposizione di meccanica, la sua tensione è eguale da per tutto. Ma questa tensione è misurata da una parte dal peso T, dall'altra dalla risultante delle due forze P e Q che sollecitano la palla; sarà dunque

$$Q^2 = T^2 - P^2,$$

donde

$$v = \sqrt[4]{\frac{T^2 - P^2}{K^2}}:$$

K si determinerà con esperienze preliminari.

331) Il pendolo idrometrico semplice, come lo abbiamo descritto in principio, ha il gravissimo inconveniente che, atteso il continuo oscillar della palla e con essa del filo, è incerta la misura dell'angolo α; arroge che l'acqua elevandosi alcun poco a monte della palla, preme con forza maggiore di quella che al semplice urto sarebbe dovuta. Nella modificazione suggerita dal Venturoli riconosciamo volentieri un semplice mezzo di diminuire tali difetti, e di rendere accomodato lo strumento anche alla misura delle velocità al di sotto della superficie.

2.° Tubo di Pitot

332) Quale venne proposto dal suo inventore, questo strumento era formato con due tubi di vetro apparati. Uno di detti tubi si piegava nella parte inferiore ad angolo retto, e il secondo era troncato alla medesima altezza ove era la piegatura del primo. Immerso lo strumento nella corrente, in modo che

la parte orizzontale del tubo ricurvo si volga a monte nella direzione della corrente, e all'altezza della vena di cui cercasi la velocità, si osservano le altezze a cui l'acqua si eleva nei due tubi. Per ciò che dicemmo dell'urto e pel principio di Bernoully, l'altezza cui è dovuta la velocità della vena dovrebbe eguagliare la metà della differenza fra le altezze dell'acqua nei due tubi.

333) In seguito si abbandonò l'uso del secondo tubo, e si introdussero varie modificazioni al primo, alcune relative alla forma, altre all'uso. Eccone le due principali.

334) È dubbio che l'eccesso d'altezza d'acqua nel tubo sopra quella della corrente, eguagli l'altezza cui è dovuta la velocità della corrente medesima. La pressione non è la stessa per tutti i punti della bocca del tubo opposta alla corrente, ma maggiore ne' punti situati verso il mezzo, minore presso gli orli, con degradazione sensibilissima. Quale di queste pressioni, quanta parte ne misuri quell'eccesso di altezza è cosa ignota ed incerta. Dubuat trovò che, dando al ramo orizzontale la forma d'imbuto, e chiudendo la bocca con sottile piastrella munita di piccolissimo foro nel centro, l'altezza cui è dovuta la velocità non è che due terzi dell'eccesso dell'altezza dell'acqua nel tubo sopra quella della corrente. Detto allora h un tale eccesso, l'altezza cui è dovuta la velocità cercata sarebbe soltanto $\frac{2}{3}h$.

335) L'ingegnere Mallet termina la parte orizzontale in tronco di cono, la cui apertura al vertice è di due soli millimetri: costruisce il tubo in latta del diametro di $0^m,04$ circa, e vi introduce un galleggiante munito di un'asta graduata e sporgente alla parte superiore. Lo strumento si colloca prima in modo che l'asse del cono sia esattamente nella direzione della corrente e volta a monte, poi si gira lo strumento a valle, osservando in ogni caso la parte sporgente dell'asta. Presa la differenza delle due altezze, e moltiplicata questa per un opportuno coefficiente, che converrà determinare con esperienze preliminari, si avrà l'altezza dovuta alla velocità della parte della corrente, che corrisponde all'asse del cono.

Qui pure la media delle velocità osservate si prenderà quale velocità media della corrente.

336) Malgrado la semplicità dello strumento, esso è quasi abbandonato. Nelle grandi correnti è difficilissimo tenerlo fermo, nelle piccole l'eccesso d'altezza è minimo, ed un piccolo errore ha influenza notabile. L'altezza dell'acqua nel tubo non può misurarsi con sufficiente esattezza, attese le sue oscillazioni continue; finalmente è dubbio quanta parte di questa esprima la velocità. Venturoli adotta il metodo del Mallet; ma vuole che la differenza fra le due altezze misuri propriamente l'altezza, cui è dovuta la velocità cercata.

3.° Tachimetro di Brünnings

337) Consiste tale strumento (fig. 42) in un piccolo piano A fisso all'estremità d'un'asticella AB scorrevole entro un tubo m perpendicolarmente all'albero DE, impiantato nel fondo del fiume, e lungo il quale si può arrestare, con opportune viti di pressione, a quella altezza, alla quale si vuol tentare la prova. In B è attaccato un cordoncino che, passando per la girella mobilissima C, va a congiungersi al braccio minore di una romana D, di cui l'altro braccio porta il marchio P.

Disposto lo strumento in luogo, e fissata la piastrella A a quell'altezza, corrispondente alla quale cercasi la velocità della corrente, e in direzione perpendicolare alla corrente medesima, questa agirà sulla piastra A, spingendola da A inverso B: allora si allontana il marchio P fino a tanto che il sistema sia in equilibrio. Ecco come dalla posizione del marchio si può arguire la velocità della corrente.

338) Per quanto s'è detto al num. 307 l'urto esercitato dall'acqua sulla piastrella A potrà essere espresso da

$$K.v^2,$$

essendo K un numero costante per la stessa piastrella e v la velocità cercata della corrente. Questa forza, per l'intermezzo del filo, viene trasportata all'estremità del braccio minore della

stadera, e quindi tenderà ad alzare il marchio con uno sforzo espresso da

$$a.Kv^2,$$

essendo a la lunghezza del braccio minore. A questo si oppone il marchio con isforzo misurato da

$$P.d$$

essendo P il suo peso, d la sua distanza dall'asse.

Sarà dunque

$$aK.v^2 = P.d,$$

da cui

$$v = \sqrt{\frac{P}{aK}}.\sqrt{d};$$

e posto

$$\sqrt{\frac{P}{aK}} = c,$$

$$v = c.\sqrt{d};$$

c dovrà essere determinata mediante opportune esperienze preliminari, e sarà poi costante per lo stesso strumento.

Si moltiplicherà l'area di ciascuno strato per la velocità media, così misurata, per ottenere le portate parziali, nella cui somma si avrà la portata totale.

Fu con tale strumento che Brünnings eseguì le sue numerose esperienze sopra i diversi rami del Reno che attraversano l'Olanda.

4.° Reometro o mulinello di Woltmann

839) All'albero AB (fig. 43) girevole sopra due perni sta infisso un volante formato da quattro piccole ali o lastrine rettangolari, inclinate alla direzione dell'albero, sotto un angolo di circa 45°. Collocato lo strumento a sito in modo che l'albero sia parallelo alla direzione della corrente, e profondato così che le ali restino tutte sotto acqua, l'urto della corrente

sulle ali medesime le fa girare, e con esse l'albero. Si conta il numero delle rivoluzioni fatte dal volante in un tempo determinato, e da esso si deduce la velocità media dello strato che investe le ali; come vedremo in appresso.

L'importanza dello strumento ci obbliga ad entrare nei dettagli di sua costruzione.

340) La fig. 43 rappresenta le varie sue parti in scala che è la metà della naturale. Due sono i volanti; l'uno per le grandi velocità, per le piccole l'altro. Le alette del primo sono piccole piastrelle di latta quadrate di $0^m,025$ di lato, e il cui mezzo è a $0^m,05$ di distanza dal centro dell'albero. Pel secondo le dimensioni sono precisamente doppie delle precedenti.

Per contare il numero dei giri del volante, mentre tutto l'apparecchio è immerso nell'acqua, è disposto il seguente artificio. L'albero AB è guernito di una vite perpetua, colla quale, mentre esso si volge, fa girare una ruota C fornita ordinariamente di 50 denti, cosicchè ad ogni giro del volante e dell'albero viene spinto avanti un dente della ruota. Siccome però in questa maniera non si potrebbero contare se non cinquanta soli giri, così la ruota C, mediante un rocchetto di 5 denti, fa muovere una seconda ruota dentata D munita pure di cinquanta denti; talchè, mentre la prima compie un giro, la seconda non fa che la decima parte di un giro. Al principio dell'esperienza il dente segnato 0 delle due ruote corrisponde a due indici G, G' attaccati al telaio che sostiene tutto l'apparecchio. Se dunque dopo un certo tempo si trovasse per es. che la ruota D ha in faccia all'indice il dente segnato 13 e la C il dente segnato 36, vorrebbe dire che in questo tempo il volante ha fatto 136 giri.

L'asse EF che porta le ruote è attaccata a cerniera in E al telaio della macchina; in F è sostenuta da una funicella FP, la quale scorre lungo l'antenna che sostenta la macchina, ed il suo capo emerge fuori dell'acqua. Col tirare la funicella si solleva l'asse EF, e si porta il dente della ruota C a contatto colla vite: coll'allentarla l'asse EF si abbassa premuta dalla molla V, il dente abbandona la vite, e la ruota si ferma.

Una vite di pressione serve a fermare la macchina all'antenna.

341) Ecco pertanto come s'adoperi lo strumento. Fissata la profondità dello strato ove si vuol misurare la velocità, e piantata nel fondo del canale l'antenna, si fa scorrere la staffa che porta la macchina, tanto che l'albero AB si trovi a mezzo dello strato predetto. Incomincia allora a girare il volante, e quando ha già concepita la velocità che può imprimergli la corrente, a un determinato momento tirasi la cordicella che porta la ruota ad incontrarsi colla vite. Scorso il tempo t, la funicella si lascia. Tirasi allora la staffa all'insù, onde la macchina venga fuori dall'acqua, e si legge nel roteggio il numero dei giri compiuti nel tempo t, dal qual numero si raccoglie la velocità della corrente, come ora vedremo.

Replicando lo sperimento tante volte quante volte l'altezza del volante misura l'altezza della perpendicolare, coll'andar profondando ad eguali intervalli l'albero AB, è manifesto che si avrà successivamente la velocità di altrettanti strati acquei sempre più profondi, che costituiscono quella perpendicolare. E potrà dedursene la portata moltiplicando la sezione per la corrispondente velocità media.

342) Resta ora che vediamo come si possa dalla conosciuta velocità del volante arguir quella della corrente.

Diciamo V la velocità della corrente, v quella del volante, r il raggio del volante medesimo, n il numero di giri da esso fatti nel tempo t ed α l'angolo di cui le alette s'inclinano all'asse. Per semplicità non terrem conto della variazione di velocità nel piccolo spazio abbracciato dal volante, chè in ogni caso sarà piccolissima cosa. Considereremo una delle ali; sulle altre non si avranno che a replicare le medesime considerazioni.

La corrente viene ad investir l'ala nella direzione dell'albero, e nel tempo medesimo l'ala gli sfugge dinanzi in direzione ad esso perpendicolare. La velocità relativa, perpendicolarmente al piano dell'ala, sarà dunque

$$V.\text{sen.}\,\alpha - v.\cos.\,\alpha,$$

e l'intensità dell'urto, perpendicolarmente all'albero, verrà

espressa da

$$K.(V.\text{sen.}\,\alpha - v.\cos.\alpha)^2.\cos.\alpha,$$

essendo K un numero costante per lo stesso strumento. Chiamato Q il momento delle resistenze, per essere il movimento equabile, dovrà sussistere l'equazione

$$K(V.\text{sen.}\,\alpha - v.\cos.\alpha)^2.r.\cos.\alpha = Q,$$

da cui

$$V = v.\cot.\alpha + \frac{1}{\text{sen.}\,\alpha}\sqrt{\frac{Q}{Kr\cos.\alpha}};$$

ed essendo d'altra parte

$$v = 2\pi r.\frac{n}{t},$$

l'equazione superiore si potrà scrivere:

$$V = a.\frac{n}{t} + b,$$

essendo a e b due costanti numeriche.

343) Queste costanti potrebbersi in vero calcolare dalla conosciuta forma della macchina; ma la loro determinazione così eseguita sarebbe poco precisa. È assai meglio ricorrere ad esperimenti preliminari, col cui mezzo si può determinarne il valore con molta precisione; e d'altronde, determinato questo valore una volta, esso non varierà sensibilmente, purchè la macchinetta sia tenuta con molta diligenza.

344) Per procedere esperimentalmente alla determinazione delle due costanti a e b, collocato lo strumento in acqua stagnante, si tiri con velocità nota e costante per un lungo tratto rettilineo misurato con esattezza; si tiri poi pel tratto medesimo variando di velocità, ed ogni volta si conti sulla macchina il numero dei giri fatti dal volante: si avranno due equazioni, da cui determinare le incognite a e b.

Per maggiore esattezza converrà replicare molte volte la esperienza, variando ogni volta velocità; e si faranno concorrere tutte le esperienze alla determinazione delle due costanti, usando del metodo dei minimi quadrati, il quale conduce alle due equazioni seguenti:

$$a = \frac{m\Sigma.\frac{n}{t} + \Sigma.V \times \Sigma.\frac{n}{t}}{m\Sigma.\frac{n^2}{t^2} - \left\{\Sigma.\frac{n}{t}\right\}^2},$$

$$b = \frac{\Sigma.\frac{n}{t} \times \Sigma.V.\frac{n}{t} + \Sigma.V \times \Sigma.\frac{n^2}{t^2}}{m\Sigma.\frac{n^2}{t^2} - \left\{\Sigma.\frac{n}{t}\right\}^2},$$

dove m indica il numero delle esperienze, e col simbolo Σ intendiamo di dover eseguire la somma delle quantità comprese sotto il simbolo stesso e relative a tutte le esperienze: così per es. è

$$\Sigma.V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_m;$$

$$\Sigma.V.\frac{n}{t} = V_1.\frac{n_1}{t_1} + V_2.\frac{n_2}{t_2} + \ldots + V_m.\frac{n_m}{t_m}$$

ec.

Articolo II.

Stima delle portate mediante i regolatori

345) I metodi, intorno i quali ci siamo intrattenuti finora, servono egregiamente alla determinazione della portata dei fiumi e dei canali; ma non così esattamente però da non averne a temere un qualche errore; errore che se può essere di nessun conto in alcuni casi, specialmente ove trattasi di grandi portate, può aversi invece come tale da non essere trascurabile in altri, pei quali le particolari circostanze addimandino anche una particolare esattezza.

In tutti questi casi, che si presenteranno di preferenza là dove la portata è assai piccola, conviene assolutamente abbandonare i metodi superiormente esposti, e appigliarsi intieramente a quello dei regolatori, il cui scopo, come vedemmo, si è di obbligar tutta l'acqua a passare per una bocca deter-

minata, e ricondurre con ciò il problema della stima della portata di un corso di acqua a problema di foronomia.

Esporrò i varii mezzi adottati e le avvertenze da aversi nell'uso de' medesimi.

346) Il primo metodo che si presenta è quello proposto dal celebre Guglielmini nella sua opera *della misura delle acque fluenti*, e che consiste nel chiudere trasversalmente il fiumicello con una diga, in cui sia praticata una bocca, per la quale sarà obbligata a passare tutta l'acqua dal fiumicello medesimo.

Arrestata l'acqua nel suo movimento dalla diga opposta al suo corso, si andrà mano mano elevando, fino a che tanta acqua fluirà dalla bocca quanta ne porta il canale; e allora nella portata dell'orificio, portata che si stimerà come si è insegnato nella foronomia, avremo quella del canale. Saremo avvertiti che l'acqua s'è posta in istato permanente, osservando ad un idrometro convenientemente collocato, quando la superficie libera segni sempre il punto medesimo.

Molte ed essenziali avvertenze devono aversi nell'applicazione del metodo precedente. E in primo luogo, ricordando quanto s'è detto circa alla contrazione e al valore del coefficiente di riduzione, sarà necessario che gli spigoli dell'orificio sieno così distanti dal fondo e dalle sponde da non temere la loro influenza sulla contrazione; di più dovrà la bocca essere praticata in lastra sottile. In secondo luogo dovrà l'acqua fluire a libera caduta, o almeno così che non s'abbia a temere influenza sensibile dal canale di scarico. Finalmente sarebbe mestieri che l'acqua nel canale si potesse avere come stagnante; pel che converrà che il battente riesca il più grande possibile, acciocchè, stendendosi il rigorgo per lungo tratto all'insù, l'acqua sopravvegnente perda quasi tutto il suo moto, dilatandosi in una sezione di considerabile ampiezza.

347) Non sempre sarà possibile mettere in pratica tutte le avvertenze predette, principalmente quelle della libera caduta e di considerevole battente. Allora tornerà opportunissimo il seguente artificio immaginato dal Venturoli.

Si ritardi il corso dell'acqua a valle dell'orificio col restringere o chiudere in parte qualche sezione del canale, obbli-

gando così l'acqua inferiore a rialzarsi ed a formare un controbattente alla bocca di efflusso. Allora egli è certo che da tutti i punti della luce del regolatore l'acqua uscirà colla velocità dovuta alla differenza di livello dei due battenti: quindi la formola

$$Q = m S \sqrt{2g.H}$$

darà senza più la portata, purchè sia soddisfatta la condizione, che il labbro inferiore e i due laterali della bocca sieno così distanti dal fondo e dalle sponde, da permettere che la contrazione abbia luogo intieramente. Tutto il manuale della sperienza si ridurrà al misurare H, cioè la differenza dei due livelli; misura che può prendersi con tutto l'agio e colla più sottil precisione.

348) Alcune volte in luogo di un orificio riescirà più facile costruire uno stramazzo o scaricatore a fior d'acqua. Allora si cercherà un luogo ove si possa stabilire questo stramazzo, e si farà in modo che la sua larghezza sia maggiore del terzo di quella del canale, e che il carico ecceda $0^m,06$, non però tanto che il prodotto della larghezza pel carico superi la quinta parte della sezione della corrente a monte dello scaricatore. Oppure, se ciò tornasse ad una costruzione più facile, si aprirà lo stramazzo per tutta la larghezza del canale, avendo cura di rendere regolari e verticali le sponde per un piccolo tratto a monte della diga. Nel calcolo della portata si procederà, come s'è detto trattando in particolare di questi scaricatori.

È necessario in ogni caso che la diga termini in ispigolo saliente e orizzontale, locchè s'otterrà sempre facilmente adattando alla parte suprema della diga una semplice costruzione, per es. un telaio di legno, la cui parte superiore tagliata in ispigolo si porrà orizzontale, e così che lo scaricatore si effettui senza che l'acqua che si versa da esso abbia ad incontrare ostacolo di sorta.

349) Credo potermi dispensare dal muover parola intorno al regolatore del Prony, perchè troppo dispendioso nella sua costruzione, troppo complicato nell'uso. Così pure nulla qui dirò di quello del Tadini, perchè, essendo esso permanente, è più atto alla dispensa delle acque che ai casi che ora si con-

templano; d'altronde noi avremo occasione di esaminarlo in appresso, trattando delle questioni che alla dispensa dell'acque si riferiscono.

CAPITOLO IV.

Della scala delle velocità

350) Gli Idraulici italiani anteriori al diciottesimo secolo, ed erano i più avanzati di tutta Europa nella scienza delle acque, paragonando l'acqua che scorre in un alveo a quella che fluisce da un orificio verticale, ammettevano che la velocità delle fluide stille andasse aumentando dalla superficie al fondo, e, prossimamente, come aumentano le radici delle loro distanze dalla superficie. Si fu Pitot il primo che, mediante il suo tubo, verificasse aver luogo invece il contrario: fatto che venne dappoi confermato da tutte le successive esperienze, e che è inevitabile conseguenza del soffregamento dell'acqua sopra il fondo e le sponde, e della perdita di moto che da ciò deriva.

Accertati d'un tale andamento della velocità, cercarono gli Idraulici di scoprire se questa sua diminuzione dalla superficie al fondo, dal filone alle sponde, avvenisse con leggi fisse e determinate, cosicchè, data la velocità in un punto assegnato di una sezione qualunque, si potesse arguire quella che corrisponde ad un altro punto della sezione medesima. Denominarono *scala delle velocità* la legge, secondo cui le velocità si succedono in una medesima verticale, oppure dietro la linea trasversale che segna il supremo limite della sezione e tutte le linee ad essa parallele. Il problema della scala delle velocità fu ed è tuttora uno di quei problemi della pratica idraulica, che maggiormente tennero occupati i cultori della medesima; e non sarà quindi disutile che noi ci intratteniamo alcun poco intorno alle esperienze eseguite a quest'uopo ed ai risultamenti ai quali condussero.

351) Le prime esperienze che si conoscano sono quelle eseguite da Ximenes sull'Arno, mediante un suo particolare ta-

chimetro, detto *ventola di Ximenes*, il quale sebbene sia molto inesatto per determinare la velocità assoluta, può essere però sufficiente all'uopo di assegnare i rapporti fra i suoi successivi valori, e quindi a mostrare se esista questa legge costante fra le degradazioni della velocità, e quale essa sia. In seguito Brünnings fece a questo medesimo scopo diciotto serie di esperienze nei diversi rami del Reno che attraversan l'Olanda, misurando le velocità col tachimetro del suo nome, che abbiamo superiormente descritto. Finalmente, per tacer d'altri, Raucourt istituì molte esperienze sulla Neva a Pietroburgo, tanto per iscoprire la scala delle velocità nella verticale, come per avere la legge delle sue variazioni dal filone alle sponde.

Dal confronto di tutte queste osservazioni Woltmann credette poter inferire, che le velocità diminuiscano come le ordinate di una parabola rovesciata, di cui il vertice cade al di sotto del fondo. Gerstner (*) invece rappresenta con abbastanza approssimazione la legge cercata mediante l'equazione

$$v^2 = a \{ b - (x + c)^2 \},$$

dove v è la velocità alla profondità x, a, b e c, tre costanti per una medesima verticale, ma che variano al variar della stessa, e da corrente a corrente. L'equazione superiore rappresenta un'elisse, il cui centro sta al disopra della superficie libera di una quantità espressa da c. Anche Raucourt espresse in simil modo i risultamenti delle sue proprie esperienze, estendendo questa legge anche alle velocità trasversali; cosicchè, secondo lui, se per ciascun punto della sezione si guidi perpendicolarmente alla stessa una retta eguale in lunghezza alla velocità della corrente nel punto medesimo, e poi si faccia passare una superficie per tutti i punti estremi di queste ordinate, tutte le sezioni verticali che si praticassero nella detta superficie parallelamente all'asse della corrente sarebbero altrettante elissi, di cui il centro cade superiormente alla superficie, e il vertice al di sotto del fondo, e così pure tutte le sezioni orizzontali sarebbero anch'esse altrettante elissi, di

(*) Franz Anton Ritter von Gerstner. Handbuch der Mechanik; zweiter Band, pag. 316.

cui il centro sta nella verticale del filone, e i due vertici un po' internati per entro alle sponde. Funk ammette invece che la scala delle velocità sia rappresentata da una logaritmica, cosicchè le velocità diminuiscano in progressione geometrica al crescere delle profondità in progressione aritmetica.

352) Malgrado questi tentativi, i risultamenti delle osservazioni presentano troppo forti anomalie e fatti troppo contradditorii, per poterne cavar fuori una legge generalmente applicabile. La sola conseguenza che si possa dedurre da tutte le osservazioni conosciute si è, che la velocità dell'acqua va minorando a mano a mano che dalla superficie si discende in giù fino al fondo; lentamente dapprima, poi di più in più, finchè la diminuzione si fa marcatissima nella vicinanza del fondo, ove la velocità si conserva tuttora maggiore della metà di quella che si riscontra alla superficie.

353) L'interessamento posto dagli Idraulici in questo problema della scala delle velocità, è originato dall'utile che si avrebbe nel calcolo delle portate, se si potesse con sufficiente approssimazione arguire la velocità media della corrente da quella del filone, velocità quest'ultima che si può assegnare con gran precisione mediante l'uso del galleggiante semplice. Il poco accordo che regna fra le varie esperienze ci fa assai ragionevolmente temere che la pratica non verrà mai a capo di tale ricerca. Nei casi in cui sia sufficiente una mezzana approssimazione, si accostuma adottare la regola, che, per velocità inferiori a tre metri, la velocità del filone, la velocità media e quella del fondo stanno fra loro nel rapporto dei numeri 5 : 4 : 3; cosicchè detta V la velocità del filone, v la media, u quella del fondo, si ha

$$(1)\quad v=\frac{4}{5}V;\quad u=\frac{3}{5}V.$$

La velocità media si ritiene somministrata con maggiore approssimazione dalla formola seguente dovuta al Prony:

$$(2)\quad v=V\cdot\frac{V+2,372}{V+3,153}.$$

354) Quest'ultime formole però sono dedotte da alcune esperienze di Dubuat istituite su piccoli canaletti di legno, e

meritano quindi ben poca fiducia, allorchè si vogliano applicare ai grandi canali od ai fiumi. Si può vedere diffatti nella tavola posta alla fine di questo numero, quanto si dilunghino dal vero, e quindi come esse non possano generalmente applicarsi, e ciò tanto più in quanto che non son vere appunto pei casi, nei quali dovrebbersi di preferenza adoperare.

La formola seguente, che io ho calcolata, va molto meno lontana dal vero, e merita certamente una fiducia maggiore: essa è

$$(3)\quad v = V\frac{V+0{,}059}{V+0{,}150}$$

Nella tavola seguente sono posti a riscontro i risultamenti dell' esperienza con quelli somministrati dalle formole (2) e (3). Un tale confronto mi sembra così vantaggioso per la (3) da poterne eziandio suggerir l'uso nella pratica, allorchè almeno non si richieda una grandissima precisione (*).

Fiume	Velocità superficiale	Velocità media		
		osservata	calcolata colla (3)	calcolata colla (2)
Waal	0,670	0,627	0,596	0,533
id.	0,708	0,664	0,633	0,565
Basso-Reno	0,814	0,779	0,796	0,704
id.	1,001	0,926	0,922	0,813
Arno	1,004	0,923	0,925	0,815
Waal	1,025	0,938	0,946	0,833
Alto-Reno	1,097	1,058	1,017	0,895
Waal	1,184	1,068	1,103	0,971
id.	1,226	1,131	1,145	1,008
Issel	1,263	1,218	1,182	1,039
id.	1,289	1,243	1,207	1,062
Basso-Reno	1,307	1,259	1,225	1,078
Alto-Reno	1,307	1,220	1,225	1,078
Basso-Reno	1,379	1,320	1,297	1,141
id.	1,397	1,286	1,314	1,157
id.	1,416	1,361	1,334	1,174
id.	1,433	1,369	1,351	1,189
Alto-Reno	1,467	1,332	1,384	1,219
Basso-Reno	1,484	1,341	1,401	1,234

(*) Le tre prime colonne di questa tavola sono tolte dall'idrometria del prof. Sereni. Roma 1838, pag. 239.

CAPITOLO V.

Dei rigurgiti

Nozioni

355) Si dice *rigurgito* qualunque alzamento della superficie dell'acqua al di sopra del suo pelo naturale, prodotto da un ostacolo opposto al movimento dell'acqua medesima.

356) Innumerevoli sono gli ostacoli che si schierano incontro all'acqua corrente nel suo cammino, e le serrano il passo. Noi però, preso di mira specialmente ciò che più interessa la pratica, potremo racchiuderli sotto tre categorie. Spettano alla prima i rigurgiti prodotti da una interruzione della sezione, come sono ad es. quelli ingenerati dai piloni di un ponte. Comprende la seconda quei rialzamenti che si producono da una chiusa che barrichi il fiume, presentando al medesimo solo alcune luci di scarico, per cui gli è forza passar tutto. Finalmente inchiuderemo nella terza i rigurgiti che nascono allorchè una diga serra intieramente la sezione della corrente, con che la stessa è obbligata a versarsi tutta al di sopra della diga medesima.

357) Il rigurgito che soffre l'acqua in virtù dell'ostacolo che si oppone al suo libero corso, si stenderà all'insù per un certo tratto più o meno lungo, di modo che la naturale altezza dell'acqua nel fiume a monte dell'ostacolo verrà alterata più o meno fino ad un certo punto, ove una tale alterazione riescirà al tutto insensibile. L'estensione di questo tratto del fiume chiamasi *ampiezza del rigurgito*.

358) Al problema dei rigurgiti s'appartiene pur quello che cerca conoscere le variazioni d'altezza che han luogo negli ultimi tratti dei fiumi al loro sbocco nel mare per opera delle variazioni di livello del mare stesso, in causa del flusso e riflusso. Qui però l'ostacolo è d'un genere particolare e addo-

manda particolari considerazioni. L'acqua dolce, essendo specificamente più leggera che non la salsa del mare, deve tenersi alla superficie, formando l'altra gl'inferiori strati, come infatti si osserva: attingendo acqua in vicinanza alla foce se la trae dolce alla superficie, mentre invece si trova salsa verso il fondo. Sembra da ciò che l'acqua dolce invece di scorrere sopra un fondo solido, corra sopra il fondo liquido formato dalle acque del mare, e colle quali, senza dubbio, si mescola in parte. È dunque probabile che a marea montante le acque dolci sieno, per così dire, sollevate tutte dalle acque salse che affluiscono, e che rimontano il letto del fiume, mentre l'acqua dolce continua a scorrere verso il mare.

Dietro questi pochi cenni sembra quindi, che tal genere particolare di rigurgiti si debba trattare cercando le variazioni che avverrebbero in una corrente, se porzione del fondo fosse mobile con data legge.

Noi non ne tratteremo, chè la teoria e l'esperienza ci mancano intieramente.

359) S'accostuma pur anco unire alla teoria dei rigurgiti quella della *chiamata di sbocco*, e ciò perchè, teoricamente parlando, non formerebbero a vero dire che un unico problema. Ha luogo la chiamata di sbocco allora che in una sezione qualunque di un canale o di un fiume venga abbassato il naturale livello dell'acqua, e ciò per una sottrazione d'acqua, per es. una *presa*, stabilita in quella sezione. Il pelo naturale della corrente si abbassa allora per un certo tratto, conformandosi sensibilmente in superficie cilindrica a generatrice orizzontale e concava al basso, come per noi s'è veduto toccando degli scaricatori. Io non conosco esperienze che possano darci alcun lume in tale ricerca; sembrerebbe che qui potessero applicarsi le formole del moto permanente, senza dilungarsi molto dal fatto. Questo però io non dico se non con grande riserva, e in aspettazione delle future esperienze.

360) Venendo ora ai rigurgiti propriamente detti, tre sono i problemi de' quali interessa alla pratica la soluzione: 1.° determinare l'alzamento dell'acqua immediatamente a monte dell'ostacolo, ossia l'*altezza del rigurgito*; 2.° determinare

questo alzamento dell'acqua ad una data distanza dall'ostacolo stesso, cioè il *profilo del rigurgito*; 3.° finalmente assegnare quanto il rigurgito si estenda, ossia l'*ampiezza del rigurgito*.

Tratteremo a parte di questi tre problemi nei tre articoli che seguono.

Articolo I.

Altezza del rigurgito

361) Comincieremo dal determinare l'altezza del rigurgito quando sia esso prodotto da un restringimento della sezione, come sarebbe se una costruzione qualunque non facesse che chiudere una parte soltanto della sezione, lasciando intieramente libera l'altra.

Rappresenti CD (fig. 44) la sezione ristretta, AB la sezione a monte, AE l'alzamento cercato.

Il moto essendo permanente, noi potremo applicare ad una tale ricerca le formole di questo moto altrove assegnate. A quest'uopo rimarcheremo che l'alzamento cercato AE rappresenta anche la pendenza totale da A in C, e che pel piccolo tratto compreso fra le due sezioni AB, CD, potremo trascurare il termine dovuto alle resistenze, quantità estremamente piccola in paragone delle altre. Allora, detto x il salto AE, v la velocità nella sezione ristretta, u quella nella sezione AB, avremo pel num. 301.

$$x = \frac{1}{2g}\{v^2 - u^2\}.$$

Detta poi S l'area della sezione CD, A quella della AB, e Q la portata del fiume, sarà

$$(1) \quad x = \frac{Q^2}{2g}\left\{\frac{1}{S^2} - \frac{1}{A^2}\right\}.$$

362) Se le due sezioni CD ed AB sono di figura nota, basterà allora esprimerle in funzione delle rispettive altezze, e sostituendo i loro valori nella (1), avremo un'equazione in

x e quantità note, la quale risolta per x, ci darà in numeri l'alzamento cercato. Ne' casi ordinarii de' fiumi si accostuma considerare le due sezioni come rettangoli aventi per larghezza la larghezza media delle sezioni medesime. Se diciamo L la larghezza media naturale della corrente; h l'altezza dell'acqua prima del restringimento; ml la larghezza della sezione ristretta, essendo m un coefficiente di riduzione dovuto alla contrazione, sarà

$$A = L(h+x); \quad S = mlh;$$

e quindi la (1) diventerà

$$(2) \quad x = \frac{Q^2}{2g}\left\{\frac{1}{m^2 l^2 h^2} - \frac{1}{L^2(h+x)^2}\right\}.$$

Sviluppata questa equazione, rapporto ad x, avressimo una equazione di terzo grado di immediata risoluzione; rimarcando però che x è generalmente un piccolo numero, torna forse più spedito il ricorrere al metodo delle approssimazioni successive.

363) Applicando all'equazione (2) le regole per la risoluzione delle equazioni del terzo grado, si avrà immediatamente il valore di x dal seguente sistema di semplicissime formole.

Posto

$$(3) \quad \begin{cases} \dfrac{Q^2}{2gm^2l^2h} = a; \quad \dfrac{Q^2}{2gL^2h^3} = b \\ \left\{\dfrac{1+a}{3}\right\}^3 = p; \quad \left\{\dfrac{1+a}{3}\right\}^3 + \frac{1}{2}b = q \\ \text{sen.}A = \dfrac{p\sqrt{p}}{q} \quad \text{tang.}\beta = \sqrt[3]{\text{tang.}\tfrac{1}{2}A}; \end{cases}$$

sarà

$$(4) \quad x = \frac{2h\sqrt{p}}{\text{sen.}2\beta} - h.\frac{2-a}{3}.$$

364) Ho detto superiormente che per h si dovrà prendere l'altezza naturale che aveva la corrente, prima che venisse alterata con quel restringimento della sezione. Per giustificar ciò, convien ricordare che noi cerchiamo quanto a monte della sezione ristretta si alzerà l'acqua sopra l'altezza che aveva

prima. La sezione longitudinale del pelo sarà quella rappresentata nella figura 45, dove LM esprime la linea del pelo prima del restringimento. Dovendo noi determinare AL, è evidente che si dee prendere per seconda sezione la MN, in cui l'altezza dell'acqua eguaglia l'altezza naturale, non la pq dove è massima la depressione della superficie, perchè allora il salto Ar sarebbe maggiore dell'alzamento AL cercato.

365) Per ciò che spetta al coefficiente m di riduzione, secondo Eytelwein, e per quei restringimenti che avvengono in causa dei piloni de' ponti, sarà

$$m = 0,95,$$

quando i piloni son terminati in semicerchio o con angoli acuti;

$$m = 0,90;$$

allorchè si terminano invece in angoli ottusi;

$$m = 0,85,$$

se si terminano in quadrato, di cui presentino un lato alla corrente; e finalmente

$$m = 0,70$$

nel caso più svantaggioso di piccole arcate, e quando l'imposta dell'arco stà sotto il pelo della corrente.

Esemp. Si domanda quale sarà l'alzamento prodotto da un ponte in un fiume, la cui larghezza media è met. 180,71; l'altezza naturale dell'acqua met. 3,89 e la portata met. cub. 779: la larghezza media della sezione ristretta è met. 88,5 e i piloni terminano in angoli ottusi. Avremo

$$L = 180,71;\ h = 3,89;\ Q = 779;\ l = 88,5;\ m = 0,90.$$

Con questi numeri l'equazione (2) diventa

$$x = 0,3223 - \frac{0,9476}{(3,89 + x)^2}.$$

Facendo per una prima approssimazione x zero nel secondo membro, si avrà

$$x_1 = 0,3223 - 0,0626 = 0,2597.$$

Ponendo questo primo valore di x nel secondo membro, risulterà

$$x_2 = 0,3223 - 0,0550 = 0,2673.$$

con quest'ultimo si avrà

$$x_2 = 0,3223 - 0,0548 = 0,2675;$$

potremo dunque assumere

$$x = 0,268.$$

L'esperienza avea dato

$$x = 0,261$$

di pochissimo differente dal superiore.

366) La formola da noi adottata pel calcolo dell'alzamento ingenerato da un restringimento della sezione, basandosi sopra teorie non ancora accertate dall'esperienza, ha bisogno di essere confrontata colla medesima, per vedere quanto i suoi risultamenti si avvicinino alla realtà. Servono opportunamente a quest'uopo alcune esperienze di Funk eseguite sul Weser al ponte di Münden.

La larghezza del Weser poco sopra al detto ponte è 180m,74. Nel quadro seguente si hanno i confronti fra i risultamenti del calcolo e le altezze del rigurgito effettivamente osservate. I valori del coefficiente m sono quelli adottati dal Funk, il quale osserva però regnare molta incertezza intorno ai medesimi, a cagione delle differenti opere che attorniano i piloni, e del vario modo con cui entra l'acqua sotto le volte degli archi al momento delle escrescenze (*).

Q	l	h	m	valori di x	
				osservati	calcolati
met. cub.	met.	met.		met.	met.
58	73,7	1,425	0,90	0,050	0,016
432	94,6	2,514	0,90	0,209	0,220
779	88,5	3,390	0,90	0,261	0,267
817	91,3	3,700	0,90	0,296	0,302
735	91,3	3,352	0,90	0,314	0,323
996	97,6	4,441	0,81	0,345	0,342
1123	94,8	4,901	0,81	0,377	0,383
1318	96,0	5,371	0,81	0,384	0,426
2370	132,4	5,617	0,81	0,540	0,559

(*) D'Aubuisson. Traité d'hydraulique ec., seconde édition. Paris, 1840, pag. 206.

Dal quadro superiore si scorge che la formola rende abbastanza bene i risultamenti dell'esperienza, quanto almeno si può desiderare in tali ricerche, dove ogni esatta determinazione sarebbe impossibile.

367) Venendo ora a considerare quell'alzamento che è prodotto da una diga munita di luci di scarico, ci sarà facile il vedere che tanto s'alzerà l'acqua a monte della diga, quanto è necessario perchè al di sopra delle luci insista un tal carico, che sia valevole ad ingenerare nell'acqua fluente dalle medesime tale velocità, che la portata delle luci eguagli precisamente la portata del canale.

Supporremo per semplicità che le luci abbiano i loro centri al medesimo livello; diremo A l'area totale di queste luci, D l'elevazione del loro centro sul fondo, h l'altezza naturale della corrente, x l'alzamento cercato, e finalmente Q la portata del fiume. Gettando gli occhi sulla fig. 46, dove AB rappresenta il fondo, EB la diga, o la luce di scarico, ab il pelo naturale della corrente, CDE il pelo rigurgitato, vedremo immediatamente essere

$$Dq = DD' - D'q,$$

ossia, detto C il carico,

$$x = C + D - h.$$

Se la bocca è libera, avremo

$$Q = mA.\sqrt{2gC},$$

e quindi

$$(5)\quad x = \frac{Q^2}{2g.m^2A^2} + D - h.$$

Se poi la bocca sia intieramente rigurgitata, e sia h_1 l'altezza dell'acqua sul fondo immediatamente a valle della diga, sarà

$$(6)\quad x = \frac{Q^2}{2g.m^2A^2} + h_1 - h.$$

Per m si prenderà 0,62.

Esemp. Si vuole stabilire una diga in un canale, la cui portata è met. cub. 9,78 e l'altezza d'acqua met. 0,68. In questa diga vanno praticate

due luci di scarico, i cui centri sono elevati sul fondo met. 0,52, e ciascuna delle luci è larga $1^m,6$ sopra $0^m,8$ di altezza. Si domanda quale sarà l'altezza del rigurgito, avvenendo l'efflusso liberamente. Avremo

$$Q = 9,78;\ h = 0,68;\ D = 0,52;\ A = 2,56;$$

quindi la (5) darà

$$x = 1,289 + 0,520 - 0,680 = 1,129.$$

668) Se finalmente la diga serrando per intero la sezione sforzi l'acqua a versarsi per di sopra come per uno scaricatore, allora è necessario ricorrere a quanto s'è detto nella foronomia di ciò che spetta a questa specie particolare di fori. La fig. 47 rappresenta l'andamento della superficie rigurgitata in CD, essendo ab il pelo naturale, EB la diga, della quale chiameremo D l'altezza EB al di sopra del fondo. Sarà l'alzamento.

$$Dq = DD' - qD',$$

ossia, detto C il carico Do dello scaricatore,

$$x = C + D - h.$$

Ora s'è trovato essere pegli scaricatori

$$Q = \frac{2}{3} m L C \sqrt{2g.C},$$

essendo L la larghezza dello scaricatore, avremo quindi

$$C = \sqrt[3]{\frac{9.\ Q^2}{2g.4m^2L^2}}.$$

e finalmente

$$(7)\ x = \sqrt[3]{\frac{9.\ Q^2}{2g.4m^2L^2}} + D - h.$$

Per m converrà prendere il valore particolare che compete alla specie di scaricatore che si è stabilito. Se lo scaricatore, come d'ordinario, è aperto per tutta la larghezza, sarà

$$m = 0,665.$$

Esemp. Si domanda l'altezza del rigurgito alla diga, essendo lo scaricatore aperto per tutta la larghezza e coi dati seguenti:

$$Q = 14,82;\ L = 10,46;\ h = 1,38;\ D = 0,98$$

La (7) col coefficiente 0,665 darà

$$x = 0,805 + 0,980 - 1,380 = 0,405$$

Articolo II.

Profilo del rigurgito

369) Prima che noi entriamo a parlare della forma e natura del profilo presentato dalla superficie dell'acqua soggetta a rigurgito, non sarà inutile che ci soffermiamo alcun poco nel considerare il vario modo di comportarsi dell'acqua medesima nel superar la barriera che viene opposta al suo natural movimento. E qui converrà in prima distinguere se l'acqua fluisce da luci aperte nella diga, o si versa invece al di sopra di essa diga a mo' di scaricatore.

Nel primo caso la massa totale dell'acqua scorrente nel canale, per lungo tratto a monte della diga, si spartisce come in due parti, di cui l'inferiore conserva notevole velocità, mentre che la superiore non è che come sovrapposta alla prima e quasi stagnante. Quando per soverchia copia di acqua riesca intieramente sommersa la luce di un ponte, è facilissimo il vedere quasi stagnante l'acqua in superficie, per un certo tratto all'insù di esso ponte; in alcuni rigurgiti osservati sul Weser la velocità dell'acqua era ancora quasi insensibile in superficie a 1184 metri di distanza dalla diga, e molto forte sul fondo.

Quando invece si versi il fiume al di sopra della diga, succede allora tutto l'opposto. L'acqua, che è quasi stagnante sul fondo, è dotata di insigne velocità in superficie; cosicchè l'acqua inferiore trattenuta dalla diga forma una parte a se con suoi movimenti, ed è sopra essa che scorre quella che viene poi a versarsi dalla diga medesima.

In amendue i casi è evidente non sussistere più la condizione di continuità del moto in tutta la massa, e dover essere quindi inapplicabili quelle equazioni che essenzialmente si fondano sulla medesima.

370) Venendo ora a dire alcun che relativamente alla curva del ringorgo, m'è d'uopo il confessare che l'idraulica pratica e, dirò pure la teorica ancora, giacciono intieramente nel buio,

e, che è più, senza esperienze valevoli a diradare alcun poco l'oscurità.

Le poche esperienze istituite a quest'uopo non sono sufficienti a fondare una teoria; ma servono però a mostrare evidentemente la fallacia di quelle che vennero proposte.

Si volle tentare l'applicazione delle formole del moto permanente; ma, come dovea succedere, l'esperienza non corrispose. Quelle formole addimandano continuità nella massa moventesi, e questa continuità manca proprio nel caso che si considera.

Si tentò rappresentare il profilo con formole empiriche. Funk propone la seguente:

$$y = 2H - px - \sqrt{H(H - \tfrac{1}{2}px)},$$

dove y è l'alzamento alla distanza x, H l'alzamento alla diga, p la pendenza del fondo.

Saint-Guilhome accomodò pei rigurgiti del Weser la seguente:

$$(y - px)^3 = \frac{H^9}{H^6 + \frac{4}{9}(px)^6} + (px)^3,$$

dove le lettere hanno la stessa significazione superiore; ma anche queste formole sono lontane dall'adattarsi alle esperienze nemmeno con grossolana approssimazione, e quindi siamo forzati a conchiudere che un tale problema è per noi attualmente insolubile.

371) All'unico scopo di metter sott'occhio l'andamento del pelo in uno di tali rigurgiti, riporto qui in una tabella il profilo di un rigurgito osservato da Funk sul Werra presso Münden; ho prescelto questo, perchè uno dei più regolari.

Il Werra è un piccolo fiumicello dell'Annover, che si getta nel Weser un poco al di sopra della città di Münden. Ad una piccola distanza dalla sua foce il suo corso è chiuso da una diga, e le acque si versano al di sopra della medesima. Al momento della livellazione la portata era met. cub. 8,50; l'altezza del rigurgito alla diga era met. 2,99. La porzione del fiume in cui avveniva era molto sinuosa; la probabile pendenza del fondo è 0,0007415. Ecco i dati della osservazione:

Distanza dalla diga	Abbassamenti sotto l'orizzontale del punto più alto	Distanza dalla diga	Abbassamenti sotto l'orizzontale del punto più alto
0	1,500	4452	0,966
1186	1,450	4874	0,695
2370	1,340	5389	0,402
3892	1,193	5684	0,273
4095	1,105	6044	0

372) Mi resterebbe a dire alcun che circa ai particolari rigurgiti osservati dal Bidone nei piccoli canaletti, ove le sue esperienze vennero eseguite, non che dei speciali fenomeni dai quali sono essi accompagnati. Se non che non riscontrandosi tali rigurgiti se non nelle correnti le quali hanno fortissima velocità e piccola altezza d'acqua, e queste correnti essendo assai rare, così credo potermene dispensare; e ciò tanto più in quanto che io non potrei che tessere una semplice narrazione di queste esperienze, non avendo poi esse prodotto risultamento alcuno, dal quale la pratica possa trar lume nelle analoghe ricerche.

Articolo III.

Ampiezza del rigurgito

373) Eccoci finalmente all'ultimo dei problemi accennati, a quello cioè che cerca determinare a quanta distanza dall'ostacolo si fa sentire il rigurgito. Questo problema sarebbe un'immediata conseguenza del precedente, e com'esso è involto tuttora fra le maggiori incertezze.

Si scorge facilmente che l'ampiezza del rigurgito deve essere una funzione della pendenza dell'alveo, dell'altezza dell'acqua al luogo della diga, della portata del canale ec.; ma il

come queste quantità entrino nella funzione medesima è tuttora un mistero. La regola pratica che meno si scosta dall'esperienza è la seguente.

Sia AB (fig. 48) il livello naturale della corrente, BC l'alzamento massimo dell'acqua alla diga. Se per C si conduce l'orizzontale CD fino all'incontro del pelo naturale in D, la lunghezza BD dicesi *ampiezza idrostatica*. Ora si assuma per ampiezza del rigurgito una volta e mezza l'ampiezza idrostatica.

Se quindi sia p la pendenza in superficie del fiume a corso libero, x l'alzamento BC, che si calcolerà coi precetti dell'Articolo I., avrassi

$$BD = \frac{x}{p},$$

e quindi

$$\text{l'ampiezza del rigurgito} = \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{p}.$$

È questa formola conosciuta sotto il nome di *regola del Funk*.

374) Per mostrare con un qualche fatto quanto la regola precedente s'accordi coll'esperienza, riporto qui due rigurgiti osservati sul Weser e sul Werra dal Funk.

Sul Weser il rigurgito elevava l'acqua alla diga met. 2,24 e la pendenza della superficie a corso libero era 0,0004525. Con questi dati la regola darebbe

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{2,24}{0,0004525} = 6425^m;$$

l'ampiezza osservata era 6504^m.

Sul Werra l'altezza del rigurgito alla diga era met. 2,99, la pendenza della superficie a corso libero 0,0007415. La regola darebbe

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{2,99}{0,0007415} = 6048^m;$$

l'ampiezza osservata era 6044^m.

375) A queste esperienze eseguite in Germania non sono

consone alcune altre fatte in Romagna, e che trovansi riportate nelle Note ed aggiunte alla meccanica e idraulica del Venturoli, del prof. Masetti. Avea adottato il Venturoli l'opinione del Guglielmini e di altri, essere cioè l'ampiezza del rigurgito eguale all'ampiezza idrostatica; in quelle esperienze fu trovata anzi minore. Ma per me non so persuadermi come ciò possa succedere, e in qual maniera l'acqua scorrente nell'alveo, anche rigurgitato, debba disporre la sua superficie pressochè orizzontale. Non credo a quella regola, e dirò pure, non credo a quelle esperienze, e a questa opinione, che d'altronde io divido con molte autorevolissime persone e delle cose d'acque intendentissime, mi sia permesso attenermi, fino a che altre esperienze non mi persuadano del contrario. I rigurgiti osservati dal Bidone, e che qui tornerebbero in campo, sono casi eccezionali, che rarissime volte si troveranno aver luogo nella pratica, e che non possono servire in alcun modo pegli ordinarii casi che in essa s'incontrano. In essi era forte la pendenza, grandissima la velocità; allora l'ampiezza del ringorgo è generalmente piccola, ed esso troncato in salto anche alla sua parte superiore, e ciò perchè l'acqua sopravvegnente incontra quella del rigurgito, la spinge e la sforza in qualche modo a cangiar di cammino. Sembra per questi casi essere con abbastanza di approssimazione applicabile la regola:

$$\text{ampiezza del rigurgito} = \text{ampiezza idrostatica} - 1,34 \cdot v^2,$$

essendo v la velocità della corrente.

CAPITOLO VI.

Fisica dei fiumi

Articolo I.

Origine dei fiumi

376) Tutti i fiumi traggono origine dalle acque cadenti dal cielo, e queste dalle perpetue evaporazioni che dalla superficie de' mari, de' laghi e della terra si sollevano nell'atmosfera, e poi si rappigliano e ricadono in pioggie ed in nevi. Le acque cadenti sulle montagne e sui colli, radunandosi nel mentre scorron giù per la china, formano i torrentelli, e questi i maggiori torrenti a pedemonte, da cui nascono i fiumi che variamente solcando le sottoposte pianure, e riunendosi fra di loro, e continuamente ingrossando, terminano col portare il tributo delle loro acque al mare. Le perenni nevi sulla cima delle alte montagne rimangono a costante serbatoio di acque, ad alimentatrici continue de' medesimi.

377) La grandezza e l'importanza dei fiumi è appunto determinata dalla estensione delle montagne di cui, dirò così, costituiscon lo scolo. Gettiamo l'occhio sopra la carta geografica dell'Italia, e riscontreremo facilmente la grandezza del re de' nostri fiumi, del Po, esser dovuta alla circostanza di correre per lungo tratto le Alpi e gli Apennini quasi parallelamente fra loro, e quindi di raccogliersi nel medesimo tutte le acque ricadenti dagli opposti dorsi delle due catene predette. Così vedremo per lo contrario che là dove l'Apennino si distende da se solo lungo l'Italia, formandone in certo modo la spina dorsale, sono assai minori i fiumi che ne discendono, attesochè non vengono essi alimentati che dalle acque che scorrono per una sola parte dello stesso Apennino.

378) Non è già che una tale opinione intorno all'origine

dei fiumi, comechè così naturale, sia stata sempre seguita ed avuta per vera. Si ritenne anzi per lunghissimo tempo che la quantità delle pioggie non fosse sufficiente ad intrattenere durevole e permanente un fiume, ma tutto al più rendesse ragione delle sue rapide escrescenze. Si volle che il mare, in passando per gli interni strati della terra, deponesse quivi la nativa amarezza, e salendo mano a mano fino all'altezza delle naturali sorgenti, si facesse fonte, rivo e fiume, e ritornasse nel mare. Come poi potesse salire a tanta altezza non si curavano di mostrare; era una delle tante cause occulte che dominavano allora, e che come le altre dovette cedere alla filosofia della ragione e della esperienza. Il dubbio che la quantità delle pioggie non sia sufficiente allo scopo, è tolto dalle dirette misure (*); e ciò tanto più, quando si tenga il debito conto di quella quantità d'acqua, e deve essere non trascurabile, che viene depositata nelle fredde gole dei monti, dalle correnti di aria calda che s'alzan dal suolo, imbevute di vapori tenuti allo stato elastico dal calore, e che là, per la repentina sottrazione di questo, si rappigliano e si trasformano in acqua.

Articolo II.

Formazione e stabilimento del letto.

379) Fino a tanto che i fiumi corrono sulle native montagne, contenuti fra roccie pressochè inattaccabili, sono costretti a seguire strada fissa, e determinata dalle naturali escavazioni delle montagne medesime, e l'urto delle acque non giunge a recarvi alterazione sensibile se non col volger di secoli. Egli non è che nelle pianure e nelle larghe valle, dove il suolo

(*) Così, ad es., la superficie del bacino del Po è di kilometri quadrati 69382, di cui 41056 al monte e 28326 al piano; la sua portata media met. cub. 1720 al secondo; quindi la portata annua si ragguaglierebbe ad uno strato d'acqua diffuso su tutta quella superficie all'altezza $0^{m},781$, che equivale a tre quarti incirca della pioggia annua che cade a Milano. *Lombardini. Notizie naturali e civili sulla Lombardia* pag. 137.

non presenta gran resistenza, ch'essi potranno scavarsi un letto, le cui dimensioni saranno in rapporto colla natura del suolo, col volume e colla velocità delle acque scorrenti per essi.

La frazione della gravità che muove la massa fluida, attesa la piccola inclinazione delle pianure, è così piccola, che il minimo ostacolo, per es. una maggiore o minore tenacità del suolo, porterà il fiume a deviare dalla sua naturale tendenza, cioè dalla direzione della linea di massima pendenza, e lo getterà ora da un lato, ora dall'altro, presentando con ciò delle svolte e divagazioni continue. Ad ogni modo il naturale andamento si va sempre più accostando alla linea della maggiore caduta, quanto minori sono questi ostacoli; ed infatti per la maggior parte le linee dei fiumi naturali veggonsi tirate per la maggiore declività delle pianure sulle quali essi scorrono.

380) I terreni su cui prendon corso le acque sono formati da materie cedenti, e più o meno proclivi ad essere smosse e trasportate dalla corrente. Là dove sia forte la velocità e più cedevole il terreno, il fiume escaverà il fondo e le sponde, abbassando ed allargando in tal maniera il suo alveo. Se poi avviene che la velocità si rallenti, depositerà allora le materie tenute in sospeso, alzando il fondo e restringendo le sponde. Opera per *escavazione* nel primo caso, per *interrimento* nel secondo. Questa operazione allora avrà termine quando la resistenza del fondo e delle sponde sia in equilibrio colla forza dell'acqua per ismuoverne le parti, e la velocità di questa sia atta a sostenere la torbida. Allora è che dicesi l'alveo *stabilito*.

381) Due cose dobbiamo considerare nello stabilimento dell'alveo per escavazione, cioè: la direzione della spinta e la mobilità delle parti componenti il terreno. Ci sarà facile allora il vedere perchè la larghezza dei fiumi debba essere, come è infatto, molto maggiore della profondità. La spinta è leggera sul fondo, e le materie, anche disunite e smosse, sono difficultate nel moto dal loro soffregamento sul fondo medesimo. La spinta alle sponde, se generalmente è di poco varia da quella che ha luogo in sul fondo, è nelle risvolte notabilmente maggiore, e le materie, staccate che sieno, cadono pel loro natural peso,

presentandone di nuove all'azione della corrente. Così l'inzuppamento corrode le sponde, facendo cadere la terra, ma non il fondo.

Se l'alveo si stabilisce per interrimento, sarà ancora la larghezza maggiore della profondità, attesochè la deposizione delle materie si farà maggiore sul fondo ove si arrestano, che non alle sponde, lungo le quali possono esse ancora discendere.

382) Se in qualunque modo venisse il fondo a rialzarsi superiormente, restando invariabile nelle parti inferiori, si accrescerà la caduta, e quindi la velocità e l'impeto dell'acqua, e maggiore si farà la facilità delle parti ad essere smosse. Le materie componenti il fondo verranno spinte dall'alto al basso, e succedendo l'escavazione di sopra, e la deposizione inferiormente, si diminuirà la pendenza del letto. Se invece il contrario avvenisse, in tutto il tratto superiore continuerebbero le deposizioni delle materie, e quindi si accrescerà la pendenza. Si scorge da ciò facilmente che quanto maggiore sarà il corpo dell'acqua, quanto il fondo più tenace, quanto maggiore il peso delle materie, e tanto sarà minore la pendenza del letto. Scendendo l'alveo di tutti i fiumi, si vede che di tratto in tratto nuovi influenti aumentano il corpo dell'acqua, nel mentre che i sassi, le ghiaie, le arene si trovano sempre più piccole e in minor numero ne' tronchi inferiori: cosicchè e per l'una causa e per l'altra la pendenza del letto deve farsi gradatamente minore andando all'ingiù, come effettivamente si osserva.

Lo stesso succederà del letto stabilitosi per interrimento, avvenendo questo in maggior copia là dove la velocità è minore, e più pesanti le materie tenute in sospeso dall'acqua.

383) Per qualunque maniera si stabilisca l'alveo di un fiume, è evidente che vi dovrà essere un limite, tanto nella declività, come nella larghezza.

Poichè, negli alvei formati per escavazione, a misura che il fiume escava, va scemando la pendenza e aumentando la sua larghezza, e quindi per una parte scema la velocità, e con essa la forza d'escavare, e per l'altra va crescendo la resistenza delle parti ad essere smosse. Giungerà dunque la forza del-

l'acqua a pareggiare la resistenza del fondo e delle sponde, ed allora cesserà l'escavazione, e l'alveo sarà stabilito.

Negli alvei poi formati per interrimento, nel mentre il fiume interrisce, va accrescendosi la pendenza del fondo, e restringendosi l'alveo, e quindi crescendo continuamente la velocità, giungerà essa presto o tardi al segno che basta per sostenere le torbide, e allora l'interrimento avrà fine, e l'alveo sarà stabilito.

384) Nei fiumi di portata variabile l'alveo si stabilirà entro due termini, corrispondenti l'uno alla massima, l'altro alla minima portata del fiume. Imperocchè se nelle piene il letto riducesi a minore declività, e s'aumenta la larghezza, al cessare delle medesime comincierà ad interrire, e disporrà il fiume il suo alveo a quella maggiore declività e minore larghezza, che compete alla portata ordinaria.

In questi casi non potrà dirsi stabilito l'alveo del fiume, se non in quanto si andrà esso librando fra due termini, l'uno dei quali corrisponde alla portata delle maggiori piene, l'altro a quella delle acque più magre.

385) Si avrà un qualche dato pei calcoli relativi allo stabilimento del letto dalla seguente tabella, dove sono registrate le principali esperienze circa la resistenza che oppongono i fondi, che più generalmente si incontrano nella pratica.

Esperimentatore	Natura del fondo	Velocità minima che basta a corroderlo
		met.
Dubuat	Argilla bianca da stoviglia	0,081
	Sabbia gialla grossa	0,217
	Ghiaia { come un mezzo pisello . . .	0,108
	Ghiaia { come un pisello al più . . .	0,189
	Ghiaia { come una piccola fava . . .	0,325
	Sassi rotondati di 0m,027 di diametro.	0,650
	Pietre quarzose angolari, e del volume di un uovo di gallina	0,975
Telford	Terra imbevuta d'acqua-fango. . . .	0,076
	Argilla tenera	0,152
	Sabbia	0,305
	Ghiaia	0,609
	Ciottoli	0,914
	Pietre rotte quarzose.	1,220
	Ciottoli agglomerati	1,520
	Roccie stratiformi	1,830
	Roccie dure	3,050

386) L'ultimo tronco de' fiumi, in vicinanza della lor foce in mare, essendo generalmente influenzato dalla chiamata di sbocco, l'acqua in esso andrà successivamente accelerandosi, e quindi maggiore si andrà facendo la loro larghezza, e sempre meno declive il lor fondo: che anzi se l'accelerazione giungerà a tal punto da poter sostenere e spinger oltre le torbide, allora il fondo si disporrà in curva concava, rendendosi sempre più acclive verso lo sbocco. Tale infatti si riscontra essere il fondo degli ultimi tronchi de' fiumi che metton capo nel mare, e le cui piene corrono alla foce con accelerazione assai rapida.

Volendo tener conto eziandio dello stato variabile dell'alveo in vicinanza allo sbocco, riscontreremo ben facilmente che nello stato di magrezza, e massimamente allora che l'acqua è ritardata dal flusso marino, o dai venti contrarii, succederanno delle deposizioni, le quali andranno riempiendo la concavità del letto; ma molta parte di tali sedimenti sarà ripor-

tata al mare nel tempo del riflusso, e le sopravvegnenti piene sgombreranno il resto.

387) I fiumi d'Italia presentano inoltre il curioso fenomeno di piegarsi tutti sulla sinistra della foce. Un tale fenomeno trae origine dal così detto *moto litorale e radente* del mare, con cui l'acqua entrando continuamente dallo stretto di Gibilterra, dopo di aver girata tutta la circonferenza dell'Adriatico e del Mediterraneo, esce poi dalle parti della Spagna. Geminiano Montanari stima la velocità della correntia esser di 3 o 4 miglia in 24 ore, cioè circa un ventiquattresimo dell'ordinaria velocità delle acque correnti ne' fiumi.

Combinandosi la velocità con cui il fiume sbocca nel mare con quella del moto litorale, succederà che e il fiume e la correntia devieranno dal corso di prima, stabilendosi in una direzione media, ma che più si avvicinerà a quella del fiume, per essere la sua velocità prevalente. Il mare allora nel tratto compreso fra quella direzione e la riva, resterà senza il moto della correntia già rotta e deviata, e comincierà a deporre lungo la spiaggia destra più copiosamente le materie con esso mescolate, formando diversi scanni o banchi d'arena, i quali andranno a poco a poco e continuamente crescendo. Il fiume quindi trovando sempre maggiori gli impedimenti alla diritta, si volgerà a poco a poco verso la parte ove ha più libero il corso, e giungerà finalmente a stabilirsi al contrario della direzione presa al principio, tenendosi cioè costantemente sulla sinistra della foce. Là poi sarà più copiosa e più protratta la deposizione delle materie alla diritta, dove sarà maggiore il moto litorale, come appunto si osserva nel Mediterraneo, per essere in esso più debole il flusso e riflusso.

Articolo III.

Delle materie portate insieme coi fiumi, e delle differenze fra i fiumi ghiaiosi e gli arenosi

388) Le acque scorrendo rapidamente dai piani inclinati delle montagne, staccano dalle medesime e trasportano seco e

terra, e rena, e ghiaie, e sassi piccoli e grossi. Le arene sottili e le parti terree, quantunque sieno un poco più pesanti dell'acqua, ciò non ostante, essendo pochissimo differenti di peso, nell'acqua agitata e commossa non arrivano a superare tutte le resistenze per la discesa, e restano incorporate coll'acqua, togliendone la trasparenza, e costituendo ciò che propriamente si dice la *torbida*.

Le rene più grosse, i sassi e le ghiaie, vengono invece ordinariamente arrotolate sul fondo, e abbandonate successivamente a diverse distanze colla gradazione medesima del peso e della grossezza. Quindi allorchè si discende lungo l'alveo de' fiumi, si riscontrano prima a poca distanza dalla loro origine dei pezzi angolosi di roccia, poi successivamente dei ciottoli di più in più piccoli, delle ghiaie, e finalmente non si trovano più che delle sabbie e delle terre. Non è per altro, se non che generalmente parlando, che le materie costituenti il letto dei fiumi sieno di volume tanto minore, quanto più si progredisce al basso, perchè frequentemente si hanno pur delle sabbie nelle parti più elevate, e dei ciottoli nelle più basse. A questo riguardo però rimarcheremo che, indipendentemente da quello che vi potrebbe aver portato un confluente, i ciottoli delle parti basse il più sovente si trovavano di già nel terreno di trasporto ove il fiume s'è aperto il suo letto, e non furono che messi a nudo dal fiume medesimo nei momenti delle massime piene.

389) Da quanto abbiam detto sul modo con cui vengono spinte le ghiaie, e trasportate le sabbie e le terre, discende che i fiumi, dove corrono in ghiaia, si rialzano continuamente di fondo, laddove gli arenosi possono rialzarsi bensì qualche volta, ma non però generalmente: e ciò tutto si riscontra costantemente avverarsi, per poco che si osservino i più comuni fra i nostri fiumi.

Nè in ciò solo si distingueranno i fiumi che corrono in ghiaia dai puramente arenosi, ma i primi sono anche soggetti a maggiori e più frequenti mutamenti di direzione, e a maggiori cangiamenti nella forma dell'alveo. Le materie più grosse, spinte con moto lento, e sbalzate quà e là irregolarmente in

tempo di qualche piena, cominciando questa a cedere, possono poi restare abbandonate a mezzo il corso, e ammucchiarsi più copiosamente o da una parte, o dall'altra: e i nuovi ostacoli così frapposti alla corrente la devono piegare e rivolgere ad un altro termine, dove se si trovasse un fondo meno consistente, si sprofonderebbe il nuovo alveo più del vecchio, e vi si farebbe come una chiamata alla piena sopravvegnente. Ed infatti si scorgono assai comunemente dei cambiamenti di filone nei fiumi che portano ghiaie, e questi cambiamenti tanto maggiori, quanto le ghiaie sono più grosse e più copiose.

390) Coi principii medesimi si può anche render ragione perchè un fiume, finchè corre in ghiaia, avrà bisogno di una larghezza d'alveo molto maggiore di quello che gli occorra nei tronchi inferiori dove, quantunque s'ingrossi il corpo dell'acqua coll'unione di qualche influente, non arrivano che rene ed altre materie più sottili.

Ella è inutile qualunque opera che tenda ad impedire gli effetti delle cause accennate dove i fiumi continuano a portar sassi ed altre materie grosse; onde ha detto benissimo il Guglielmini che in tali siti sono i fiumi quasi *indomabili*, nè diventar *maneggiabili* se non dove incominciano a portare soltanto delle materie più sottili.

Articolo IV.

Delle piene dei fiumi, delle loro cause e fenomeni

391) Allorchè si succedano lunghe e dirotte pioggie, congiunte a più mite temperatura, che sciolga le nevi deposte sulle montagne che danno alimento ai fiumi, le acque precipitando pe' dorsi delle medesime, vanno a riunirsi in grandissima copia nel loro scaricatore comune, e danno origine a quel fenomeno che si chiama la *piena del fiume*.

Le maggiori e continuate pioggie succedendo appunto nell'autunno e nella primavera, sono queste le stagioni in cui di preferenza avvengon le piene. Se alle dirotte pioggie uniscasi

l'azione dei venti che, spingendo per più giorni il mare contro la bocca, oppongano un ostacolo allo sgorgo dell'acqua sopravvegnente, la piena allora si fa notabilmente maggiore.

392) Dove le selve coprono i fianchi delle montagne, ritardando esse il movimento dell'acqua che scende dalle medesime, servono a far sì che quest'acqua venga somministrata al fiume in successive porzioni, e così ch'esso possa più facilmente smaltirla. Con ciò le piene saranno, è vero, di maggiore durata, ma saranno anche molto minori.

L'improvvido sbarbicamento delle selve ci ha sottoposti a piene notabilmente più grandi, e quindi di maggior pericolo e danno. Se la presenza delle selve rendeva minore l'entità della piena, dovea d'altra parte rendere maggiore la portata magra de' fiumi, nella diminuzion della quale riscontreremo ad evidenza l'aumento della prima. Il chiariss. cav. Paleocapa in una sua interessante memoria inserita nel primo volume degli Atti del Veneto Istituto, fece vedere come ciò effettivamente riscontrasi ne' nostri fiumi, e ci mise quindi al fatto del danno che venne prodotto dallo spogliare che si è fatto i monti e le valli dalle boscaglie, onde essi erano vestiti e difesi.

393) Ma per passare dalle cause ai fenomeni delle piene, ciò che si osserva generalmente in tutti i fiumi si è, che le variazioni di altezza sono sempre più grandi sul principio e sul fine, che verso il colmo delle piene. La ragione stà in ciò, che la stessa quantità di acqua cagiona sempre una minor variazione di altezza quando i fiumi sono più gonfii: pel che si vede pure che ne' fiumi minori crescono e scemano più prontamente le piene che non nei maggiori.

Si riscontra di più che le piene più grandi sono di più corta durata, e arrivano più frequentemente ne' fiumi più piccoli; attesochè ne' fiumi minori ricercasi un minor numero di combinazioni per formare una piena, e di più i loro influenti sono sempre meno distanti e di corso più breve, onde, operando in tutti la cagione medesima, arrivano ancora ad unirsi con minore differenza di tempo. Ne' fiumi maggiori dopo una pioggia generale, o dopo un subitaneo scioglimento di nevi, incomin-

ciano le piene degli influenti che sono di corso più breve, poi degli altri che sono di origine più lontana, e così procedendo gradatamente dagli uni agli altri, tanto dura la piena totale quanto basta allo scarico di tutti. Il concorso di tutti gli influenti forma la massima piena del recipiente.

394) Ma il maggior dei fenomeni che ci presentan le piene è il così detto *ventre della piena*. Ecco da che trae esso l'origine ed in cosa consiste.

Immaginiamo che ad un canale venga regolarmente somministrata dell'acqua; quest'acqua si disporrà nel medesimo sotto un'uniforme pendenza, ed uniformemente avverrà in esso il movimento. Ma se l'acqua gli venga somministrata con molta irregolarità, cosicchè si versi nel medesimo ora moltissima acqua, ora poca o nessuna; il movimento si farà anch'esso irregolarissimo, e l'acqua sopravvegnendo in gran copia, e con grande velocità ad incalzare la precedente, si produrrà una specie di ingorgo, e si alzerà in quel punto notabilmente il livello dell'acqua, presentando l'aspetto di una o più gibbosità tanto più marcate, quanto l'intoppo che oppone l'acqua inferiore sarà più grande. Ecco in che consiste il ventre della piena, ecco come esso si forma. Siccome nel luogo ove il fondo avesse a variar di pendenza ivi sarebbe maggiore l'ostacolo, così in tal luogo di preferenza si avranno i maggiori ventri della piena, che là potrebbe travalicar dalle sponde, mantenendosi inferiore alle stesse tanto a monte che a valle. Così nella gran piena del Tevere del 1598 esso aveva innondata tutta la città di Roma, mentre non era uscito dal suo letto nè sopra, nè sotto. Così l'Arno si solleva a sorprendenti altezze in Pisa e nei contorni, perchè là dove scema notabilmente e prontamente la pendenza del suolo, ivi ha luogo appunto il massimo ventre delle piene.

395) Il primo a segnalizzare un tale fenomeno fu il Barattieri, il quale nella sua Architettura idraulica, al capo decimo del libro sesto, nota che l'acqua dello Stirone, nello spazio di sole sei miglia, s'era straordinariamente gonfiata fino ad un certo punto, oltre il quale si riabbassava di nuovo, formando una protuberanza, come si fa tirando a se colle mani

le due estremità d'una verga flessibile che s'incurva ad arco. Zendrini, nell'esaminare la piena del Po accaduta nel novembre 1719, aveva fatto la medesima osservazione, ed una simile ne avea fatto sull'Adige nel 1721.

396) Un'attenta osservazione dei luoghi, dove di preferenza succede il ventre delle piene, è di grandissima importanza per l'ingegnere di acque, essendo naturale che le rotte dei fiumi succedano particolarmente là dove esso si forma. Mi accontenterò di annunciare un unico fatto. Nell'osservazione del Zendrini sull'Adige nel 1721 si rinvenne il massimo ventre della piena fra Rotta Sabadina e Fiume Novo, il colmo fra Lusia e la Boara. La gran rotta dell'Adige del 1774, riferita dal Lorgna, accadde presso Lusia, appunto nella medesima situazione del gran ventre rimarcato dal Zendrini: le ultime rotte nel tronco medesimo.

Siccome però le piene possono variamente alterare il fondo del fiume, così il massimo ventre si trasporterà lungo il fiume medesimo; ma questo però non dovrebbe succedere se non dentro limiti abbastanza ristretti.

LIBRO QUARTO

DISPENSA DELLE ACQUE

CAPITOLO I.

Esposizione del problema; principii fondamentali per una buona risoluzione del medesimo; teoria e pratica dei regolatori

397) Dovunque l'agricoltura e l'industria sieno in progresso le acque hanno un determinato valore, che si può sempre rappresentare per un equivalente in danaro; ed è quindi mestieri poter misurare quest'acque, come si misurano le cose più comuni che sono in commercio, come si misura, ad esempio, una certa quantità di biade, di vino, od altro. Nè ciò basta ancora; ma è necessario di più poter dividere una data quantità di acqua in quali e quante assolute porzioni sieno a beneplacito richieste; separarne qualunque quantità che si voglia, in quella stessa maniera come si misura e si stacca da una pezza di panno quel che si vende a taglio. Ecco dunque in che consiste il problema di cui ora ci occuperemo:

«Assegnare i metodi e le regole da seguirsi per derivare da un canale, da un recipiente qualunque, una determinata quantità di acqua, in modo che l'acqua così somministrata non sia nè più, nè meno della richiesta.»

398) Succede alcuna volta che, invece di distribuir l'acqua in quantità determinata, occorre soltanto di dividere l'acqua condotta da un qualche canale o rivo in data proporzione. Il problema allora si può enunciare così:

«Spartire un dato corso di acqua in un dato numero di parti aventi fra loro un assegnato rapporto.»

Sebbene i metodi per la risoluzione del primo problema si possano anche a questo applicare, pure vedremo ch'esso può ricevere, e riceve infatti nella pratica, più facile soluzione.

399) Dopo quanto si è detto nella foronomia, sembrerebbe che il problema enunciato, tanto nella prima forma come nella seconda, non avesse bisogno di ulteriore esame e discussione, non essendo che un'immediata applicazione delle leggi che là abbiamo assegnate. Se non che una tale applicazione esige di dover soddisfare a tante e tali condizioni, che si rende indispensabile il farla scopo di speciale trattato; e ciò tanto più, in quanto che ci sarà mestieri esaminare e discutere i varii metodi usati, vedere se, e in quanto possano essere perfezionati, e dare la soluzione in fine dei varii problemi, che al diretto uso delle acque appartengono.

400) Comincieremo dall'esaminare quali condizioni si esigono perchè la soluzione del problema, di cui ora ci occupiamo, possa dirsi perfetta. Esse si riducono alle seguenti.

1.° In primo luogo, mirando a quelli ai quali la detta soluzione particolarmente interessa, è evidente essere necessario basare le regole idrometriche sopra principii così ovvii e manifesti, che gli utenti possano andar persuasi della giusta ripartizione dell'acqua secondo i loro rispettivi diritti, e possano aver norme piane e semplici sì, ma sicure, da servir loro di base nelle varie contrattazioni che possono fare intorno la dispensa delle acque medesime.

2.° In secondo luogo è mestieri rendere la soluzione indipendente da meccanismi di difficil maneggio, perchè facili a guastarsi, e perchè, non potendo essere compresi da coloro alle cui mani verrebbero affidati, difficilmente si otterrebbe dal loro uso la precisione alla quale essi mirerebbero.

3.° Il metodo deve essere generale, cosicchè in qualunque luogo, sopra qualunque fiume, o canale, o lago venga applicato, somministri costantemente la medesima quantità di acqua, e possa darne una quantità precedentemente assegnata.

4.° Quel qualunque edificio, che importasse a quest'uopo di costruire, deve essere finalmente in tutte le sue parti pienamente determinato, cosicchè nulla resti all'arbitrio dell'utente,

il quale non vi possa arrecare la minima alterazione, senza che questa non salti immediatamente agli occhi di chi potrebbe avere diritti d'impedirla. Lo spazio da esso occupato non deve poi essere eccessivamente grande, acciocchè possa facilmente costruirsi in un luogo qualunque.

401) Comunque il problema venga risolto, è necessario anzi tutto fissare un'unità di misura per queste acque di derivazione, la quale sarebbe opportunissimo fosse comune a tutti i paesi. Una tale uniformità essendo difficile ad ottenersi, è necessario almeno che in ciascun paese l'unità di misura sia così nettamente definita e fissata, che i rapporti fra le unità di misura per le acque di derivazione sieno così assegnabili, come il sono quelli delle capacità, delle aree, delle lunghezze, malauguratamente sì varii da luogo a luogo.

Il modo migliore sarebbe quello di fissare a quest'uopo un determinato volume di acqua fluente in un tempo pure determinato: se non che le difficoltà che questo metodo incontrerebbe forse nella pratica, fra le quali non sarebbe ultima quella che andassero persuasi gli utenti che il volume d'acqua loro assegnato fosse precisamente il richiesto, fa sì che vengano preferite altre unità di misura; le quali però saranno tanto più perfette, quanto più esattamente si potranno paragonare con quella che abbiamo qui sopra accennata.

402) È pratica pressochè universale di derivar l'acqua dai canali, o dai recipienti dispensatori, col mezzo di un foro (bocca di erogazione), e assegnare per unità di misura la quantità di acqua che sgorga da una bocca di determinata grandezza e figura, e sottoposta a un determinato battente.

Richiamando alla memoria quanto s'è detto nella foronomia pel calcolo delle portate degli orificii, e fissando bene che nell'attuale problema è indispensabile che le portate delle bocche sieno esattamente paragonabili fra loro, e con quella della bocca unità di misura, vedrem facilmente come a tre cose devesi avere particolare riguardo: alla bocca cioè, al modo con cui l'acqua è condotta alla stessa, alla maniera finalmente con cui da essa bocca si scarica.

403) E per ciò che s'attiene alla bocca, è evidente che, fis-

sata quella che deve servire per unità di misura, tutte le bocche dovranno avere la stessa forma, essere egualmente depresse sotto il pelo dell'acqua, avere cioè il medesimo battente, essere tutte scolpite in lastre della medesima grossezza, e in esse scavate tutte nel medesimo modo; avere finalmente i lati e il labbro inferiore così discosti dalle sponde e dal fondo del recipiente che la contrazione sia in tutte completa, o almeno in tutte egualmente modificata. Si avranno i multipli, o le parti aliquote, modificando opportunamente la larghezza delle bocche medesime.

404) Per quanto spetta al modo con cui l'acqua deve esser condotta alle bocche di erogazione, è evidente che, qualora essa fosse dotata d'una velocità preconcepita, una tale velocità dovrebbe essere eguale per tutte le bocche, il cui piano dovrebbe poi inclinarsi egualmente alla sua direzione. Una tale costanza nella velocità e nella sua inclinazione al piano dell'orificio essendo, se non impossibile, difficilissima ad avverarsi nella pratica, converrà invece operare in modo che l'acqua sia il più possibilmente tranquilla nel recipiente, alla cui sponda è applicata la bocca.

405) Per ciò che riguarda finalmente la maniera con cui si opera lo scarico, ossia il versamento dell'acqua dalla bocca di erogazione nel canale, che deve condurla là ove può essere utilizzata, la più propria sarebbe quella di far fluire l'acqua a libera cascata. Se non che, esigendo ciò che il terreno si presti con sufficiente caduta, non sarà sempre possibile far sì che l'acqua si scarichi liberamente, e allora converrà porre la massima cura nel rendere lo sgorgo egualmente impedito in tutte le bocche, come lo è in quella prescelta ad unità di misura.

Ciò porta l'inconveniente che, non essendo bene accertata l'influenza di un canale sulla portata di una bocca, si rende difficile la stima dei rapporti esistenti fra le varie unità di misura, nelle quali la differente forma e collocazione del canale di scarico fa variare l'influenza da esso arrecata sulla quantità assoluta dell'acqua fluita.

406) Avvenendo rarissimo il caso che nel recipiente dispensatore rimanga invariato il livello del liquido, non può

essere mantenuta la condizione dell'invariabilità del battente, se non coll'uso di particolari artificii. Il più semplice è quello dei *regolatori* che ora ci faremo ad esporre.

407) Sieno AD, BG (fig. 49) due vasi comunicanti fra loro pel foro p; sia il primo inesauribile, o mantenuto con un mezzo qualunque costantemente pieno, e l'acqua sgorghi liberamente pel foro q dal secondo. Sia AB il livello dell'acqua nel primo vaso, ed EF nel secondo; esprimiamo con H il carico Bp, che nel primo vaso insiste sul centro del foro di comunicazione, con h quello Fq, che nel secondo insiste sul foro di efflusso, con A e B le rispettive sezioni dei fori medesimi, finalmente con a la differenza di livello fra i centri dei due fori, positiva se il secondo è più elevato del primo, negativa quando il contrario succeda.

Essendo permanente il moto, tanta acqua entrerà pel foro p quanta ne fluisce da q, e quindi, ammettendo sensibilmente eguali i coefficienti di contrazione, sarà

$$A.\sqrt{H-h-a}=B.\sqrt{h},$$

da cui

$$(1)\quad h=\frac{A^2}{A^2+B^2}\{H-a\}.$$

Ne discende che nel secondo vaso il livello dell'acqua si manterrà costantemente più basso che nel primo.

408) Immaginiamo che nel primo vaso per una causa qualunque il livello si elevi di una quantità H_1; sia h_1 la variazione che gli corrisponde nel secondo, avremo come precedentemente

$$h+h_1=\frac{A^2}{A^2+B^2}(H+H_1-a),$$

da cui, in virtù della (1),

$$h_1=\frac{A^2}{A^2+B^2}.H_1,$$

ossia

$$(2)\quad \frac{h_1}{H_1}=\frac{A^2}{A^2+B^2}=\frac{h}{H-a}.$$

Questa ultima ci dice che le variazioni del battente saranno minori nel secondo vaso, e che, nel caso di $a=0$, le variazioni dei battenti saranno nei due vasi proporzionali alle primitive altezze dell'acqua.

409) Supponiamo ora che con un mezzo qualunque si possa modificare a piacere l'apertura A così da renderla ora maggiore, or minore, e dico che si potrà sempre, per ogni data variazion del battente, assegnare una tale apertura A_1 al foro di comunicazione, che rimanga nel secondo vaso invariabile il battente h.

Infatti, diventando $H+H_1$ il carico sul centro nel primo vaso, si richiede per ciò che si verifichi l'equazione

$$A_1\sqrt{H+H_1-h-a}=B.\sqrt{h},$$

da cui

$$A_1=B.\sqrt{\frac{h}{H+H_1-h-a}}.$$

Se insieme con H variasse anche a e diventasse $a-a_1$, sarebbe allora

$$A_1=B.\sqrt{\frac{h}{H+H_1-h-a+a_1}}.$$

E nell'un caso e nell'altro A_1 sarà sempre reale, quindi ec.

Si vede poi che al crescer di H, A_1 sarà minore di A, maggiore invece al diminuire di H; per cui converrebbe restringere il foro all'elevarsi del livello, allargarlo quando questo avesse invece ad abbassarsi.

410). Premesse queste generali nozioni, immaginiamo ora che il primo vaso rappresenti il bacino da cui l'acqua vien derivata, il quale mediante il foro p comunichi con un recipiente, in una delle cui sponde verticali sia praticata la bocca di erogazione (modulo). Potremo ottenere facilmente l'invariabilità del battente su quest'ultima bocca munendo il foro p di una cateratta o saracinesca la quale allarghi o restringa opportunamente il medesimo all'abbassarsi o all'elevarsi dell'acqua nel recipiente di derivazione; e renderemo il maneggio della saracinesca proprio a chiunque, intagliando nella parete FG un segno in quel punto, cui deve giungere il livello a giusto

battente, e obbligando il custode a tener l'acqua sempre a quel segno, abbassando la saracinesca quando l'acqua avesse a superarlo, elevandola quando la trovasse ad esso inferiore; operazione quest'ultima così ovvia da potersi affidare a qualunque persona, purchè attenta e diligente.

Si dà il nome di *regolatore* al sistema ora spiegato, che, come si scorge, è forse il mezzo il più semplice a mantenere invariabile il battente sulla bocca di efflusso.

411) Nella pratica non si potrebbe, senza l'impiego continuo di una persona o l'uso di qualche strumento, modificare continuamente a dovere la posizione della saracinesca regolatrice, quando il livello nel canale alimentatore andasse soggetto a frequenti variazioni: è mestieri allora ammettere una leggera tolleranza per le variazioni analoghe nel livello interno, e quindi nel battente sotto del quale si effettua l'efflusso; però il principio de' regolatori torna qui ancora utilissimo, in quanto che si attenuano col loro mezzo le variazioni che possono aver luogo nell'interno in causa di quelle che si manifestano nel livello esteriore.

412) La saracinesca regolatrice, e il canale che l'accompagna, non sono per altro le sole cose cui devesi aver di mira nella costruzione di un buon sistema per la dispensa dell'acque. Convien ricordare che questi non hanno altro scopo che quello di regolarizzare il battente, e di renderlo indipendente dalle variazioni del livello dell'acqua nel canale dispensatore. È necessario pensare di più alla forma e posizione delle bocche, non che al modo con cui l'acqua fluisce dalle medesime. Riassumendo, due cose distinte devonsi rimarcare nei sistemi di bocche munite di regolatore, cioè:

1.° La saracinesca regolatrice che ha per iscopo di mantenere costante la pressione sul centro della bocca di erogazione;

2.° Le disposizioni che tendono a regolare il movimento dell'acqua nell'interno dell'apparecchio, e ciò tanto a monte quanto a valle della bocca propriamente detta.

413) Per ciò che s'attiene a tali disposizioni, è necessario rimarcare che l'acqua entra per la prima apertura nel canale che l'accompagna con una certa velocità, e che quindi esso

deve avere una tale lunghezza che sia sufficiente perchè, per opera principalmente delle onde che si ingenerano nella caduta, si estingua questa velocità, così che si possa ritenere tranquilla l'acqua al luogo del modulo; al che fare tornerà pure opportuno che il fondo del canale sia orizzontale, ed utilissimo che la sua sezione si allarghi in prossimità della bocca, precisamente come riscontreremo nei regolatori usati in Piemonte. In quanto allo scarico, e' dovrebbe essere possibilmente a libera caduta.

414) Credo inutile entrare in maggiori dettagli, e mi farò invece ad esporre le varie pratiche adottate per la dispensa delle acque, dove mi sarà porta l'opportunità di dar luogo a quelle considerazioni che son necessarie ad ultimare queste ricerche.

CAPITOLO II.

Metodi adottati per la dispensa delle acque; loro vantaggi e discapiti

415) Tutte le pratiche che sono in uso per la dispensa delle acque si possono racchiudere nelle tre classi seguenti:

1.° Per superficie irrigabile;

2.° Per mezzo di bocche senza regolatore, e scolpite direttamente nelle sponde del canale di derivazione;

3.° Mediante bocche munite di regolatore.

416) 1.° Il primo metodo è evidentemente il più imperfetto di tutti. L'acqua d'irrigazione viene adoperata per coltivazioni varie, e che ne addomandano differentissime quantità; e dar l'acqua senza distinzion di coltura è darla a discrezione. Questo metodo è tuttora adottato in molti luoghi d'Europa, dove si concede ancora l'uso dell'acqua, come si faceva nel Milanese cinque o sei secoli in addietro.

È bensì vero che, essendo di un uso assai comodo, egli viene adoperato nel Milanese e nel Piemonte, ma però soltanto come eccezione, nei casi di eventuali concessioni, e per

raccolte usuali di cui si conosce perfettamente il consumo; di più l'acqua accordata in tal modo è sempre di minima entità in confronto di quella rappresentante la massa totale delle acque d'irrigazione nelle concessioni permanenti.

417) A questo metodo si può ricondur l'altro delle concessioni d'acqua pel servigio di macchine note o di officine. Il nome di *ruota* d'acqua, tuttora mantenuto in Piemonte, porta con se l'indizio della propria derivazione, essendo la quantità di acqua che, per le ordinarie cadute, si ritenne necessaria al servigio di una ruota da mulino. Sebbene il metodo non cessi ancora d'essere molto imperfetto, pure in questo caso lo è assai meno di quando l'acqua è destinata all'agricoltura, lo che ci sarà facile vedere dietro le seguenti considerazioni.

L'acqua d'irrigazione viene quasi intieramente consumata, poichè in ogni caso non è mai restituita al canale alimentatore se non in minima quantità e a grandi distanze dal luogo di derivazione; si stima essere appena un quarto della quantità totale l'acqua civanzata, e ciò anche nei casi i più vantaggiosi. Quell'acqua invece, la quale serve a far muovere le macchine delle officine, è regolarmente restituita al suo corso ordinario quasi immediatamente dopo prodotto il suo effetto. In questa maniera una stessa forza motrice, una stessa potenza produttiva, può trasmettersi consecutivamente senza diminuzione sensibile, in modo da essere utilizzata sopra parecchi punti vicini fra loro; perchè infine, a propriamente dire, si utilizza la pendenza.

In una parola le officine utilizzano l'acqua senza consumarla; l'irrigazione la consuma effettivamente. Egli è perciò che nel primo caso il metodo si può avere per meno imperfetto.

418) 2.° Il secondo sistema, quantunque più limitativo del precedente e conseguentemente migliore, non cessa però ancora di non essere esso pure molto imperfetto.

Non è mestieri entrare in molti dettagli per vedere che semplici orificii verticali, applicati alle sponde dei canali, devono trovarsi ben di rado nelle condizioni richieste perchè

le quantità di acqua da essi erogate sieno esattamente paragonabili fra di loro.

Tutte le variazioni di livello nel canale dispensatore si traducono in una corrispondente variazione della portata dell'orificio. S'aggiungano mille cause tendenti tutte allo scopo medesimo. Ora queste bocche sono poste in acqua tranquilla, ora in acqua dotata di velocità più o meno grande, e la cui direzione è più o meno obbliqua all'asse del foro o del canale di derivazione: di più l'efflusso dell'acqua si effettua con condizioni variabilissime, avvenendo ora a libera caduta, ora essendo la bocca rigurgitata o in parte o per intero.

419) Un altro inconveniente di un tale sistema si è quello di favorire estremamente gli abusi, che tendono ad alterar la portata delle bocche a vantaggio degli interessati. Qualunque impedimento opposto alla corrente, il quale indirizzasse verso la bocca la natural direzione della corrente medesima, basterebbe allo scopo, e ciò si può fare in modo da sottrarlo anche alla vista di chi potrebbe impedirlo.

420) 3.° Il metodo accennato in terzo luogo, e di cui nel capitolo precedente abbiamo data la teoria, è l'unico il quale deva essere adottato in una giusta distribuzione di acque. Non resta che a studiarne i dettagli per condurlo alla sua maggior perfezione, ma il principio fondamentale non muta.

421) Il chiariss. Tadini nella sua Memoria «del movimento e della misura dell'acque correnti» propone di sostituire alle bocche di erogazione un canale di determinate dimensioni, e da lui detto appunto *regolatore*. L'utilità che potrebbe arrecare un tal metodo in alcuni casi, mi obbliga a porne qui la descrizione, che leverò per intero dalla Memoria ora citata.

Il metodo adotta la saracinesca regolatrice, e il canale (bottino) che riceve l'acqua dalla cateratta e la trasmette al regolatore propriamente detto; la modificazione sta unicamente nel sostituire alla bocca di erogazione il regolatore, di cui eccone la descrizione.

«Il regolatore, che è propriamente il misuratore dell'acqua, consiste in un ristretto e breve tronco di canale con fondo orizzontale, di sponde piane verticali, egualmente alte in tutta

la lunghezza e parallele fra loro; noi da ora innanzi daremo a questo canale il nome di *doccia*. La sua sezione rettangola sarà il prodotto della larghezza nell'altezza; ma l'una e l'altra di queste due dimensioni potrà stabilirsi a beneplacito, purchè il loro risultamento sia quello che si domanda.... Stabilita l'altezza della doccia, come più ci aggrada di usarla, faremo la sua lunghezza tripla dell'altezza, o poco più o poco meno, giacchè qualche divario in questa misura non altera l'ufficio a cui è destinata. Ma tanto il fondo, quanto le sponde del regolatore saranno inoltre prolungate nella parte anteriore per formare alla doccia una specie di imbuto. La linea pertanto dell'una e dell'altra sponda dovrà verso il bottino degenerare in un arco di cerchio, che si descriverà sopra un diametro perpendicolare al piano della rispettiva sponda, ed eguale a cinque larghezze della doccia; i due archi di egual misura saranno troncati là dove lascieranno fra loro un'apertura doppia della larghezza della doccia medesima, riuscendo perciò la lunghezza dell'imbuto eguale ad una e mezza della larghezza. Il fondo della doccia sarà per questa lunghezza continuato, anzi si stenderà oltre tanto quanto sarebbe un decimetro o due, formando un piccol batolo innanzi l'imbuto.

«L'imboccatura di questo sarà incisa in un piano verticale, al quale riesca perpendicolare l'asse del bottino, e sia in tal modo direttamente opposto al movimento dell'acqua; esso formerà il prospetto del regolatore. All'imbuto si sovrappone un coperchio ben saldato sopra le curvilinee sue sponde. Le sponde della doccia e dell'imbuto, il loro fondo ed il coperchio dell'ultimo dovranno presentare al contatto dell'acqua una superficie liscia, vale a dire senza notabili scabrosità.

Per togliere la chiamata di sbocco in fine della doccia, si dovrà alzare sul suo fondo una traversa tale, che stando l'acqua a giusto battente innanzi la fronte del regolatore, si sollevi colla sua corrente entro la doccia fino a pareggiare l'altezza delle sponde.»

422) Nel caso ora contemplato l'efflusso si farà come da un recipiente d'acqua stagnante a livello del ciglio o labbro superiore della bocca, e la velocità dell'efflusso sarà dovuta

alla semplice altezza del battente. Ciò diffatto si avverò sempre nelle varie esperienze eseguite dal Tadini, e noi dobbiamo riconoscere in questo artificio del medesimo un modo facile e certo per assicurare la giusta quantità dell'acqua, specialmente allora che le circostanze speciali impediscano che il getto possa formare libera cascata nell'aria.

423) Nulla dirò dei metodi per la dispensa delle acque col mezzo di tubi o canali, perchè non adoperati che in casi particolarissimi, e di un uso puramente locale. Esperienze preliminari mostreranno le regole da seguirsi in ognuno di questi casi.

Mi farò ora ad esporre in particolare i metodi usitati in Italia, e le speciali unità di misura adottate nei varii paesi.

CAPITOLO III.

Pratiche usate in Italia (*)

424) Dirò in primo luogo di quelle pratiche nelle quali non si fa uso del regolatore, poi di quelle nelle quali venne adottato un tale ingegnoso artificio. All'esposizione d'ogni pratica farò susseguire alcune osservazioni, e ciò per mettere in caso di apprezzar giustamente il loro rispettivo valore.

Articolo I.

Bocche semplici senza regolatore

425) *Pratica usata per la dispensa delle acque nelle provincie di Verona e di Mantova.*

L'acqua in queste provincie si vende a *quadretti*. In tutto

(*) Nello stendere questo capitolo mi valsi molto delle opere seguenti:
Nadault de Buffon — Des canaux d'arrosage de l'Italie septentrionale etc. Paris 1843.
F. Colombani — Manuale pratico d'idrodinamica ec. Seconda edizione, Lodi 1845.

il Veronese, e in quella porzione del Mantovano che sta alla destra del Mincio, per *quadretto d'acqua* s'intende la quantità di acqua che fluisce per pura pressione da una bocca quadrata con un piede veronese di lato {0m,3429} e con due oncie veronesi di battente {0m,0571}. Nell'altra parte del Mantovano è in uso una luce affatto analoga alla veronese, se non che l'altezza e la larghezza di questa sono entrambe eguali ad un piede mantovano {0m,4668}, e il battente allora è due oncie del piede medesimo {0m,0778}. Sono però pochissime le bocche modellate di questa maniera.

Allo scopo che le bocche trovinsi sottoposte al prescritto battente, è fissato che, se l'acqua è tenuta costantemente ad una determinata altezza per mezzo di un qualche sostegno, la soglia inferiore si ponga 14 oncie sotto il pelo dell'acqua; se quella condizione dell'invariabilità d'altezza mancasse, allora è prescritto che le soglie inferiori debbano trovarsi ad una profondità di oncie 14 sotto il pelo dell'acqua piuttosto scarsa.

Si dilata o restringe la larghezza della bocca secondo il medesimo rapporto che vi ha fra l'acqua richiesta e il quadretto che n'è l'unità di misura.

Nulla è fissato di ciò che s'attiene alla collocazione del canale di scarico, al rigurgito che può risentire la bocca. Per ciò che spetta alla collocazione delle bocche, è soltanto detto di doverle aprire *possibilmente* dove la sponda è parallela al filone.

Nel 1764 si fissarono molte regole, cui si doveva avere speciale riguardo, a seconda delle circostanze che alterar possono la quantità dell'acqua che sgorga da una apertura indipendentemente dall'area della bocca e dal battente cui è sottoposta; ma non poterono poi i periti porle veramente in pratica, di modo che quando oggi far si dovesse una nuova estrazione, altre prescrizioni non si saprebbero seguire oltre quelle annoverate di sopra. Si troveranno queste regole nella nota al capitolo II della Memoria di Brunacci: «Quale tra le pratiche usate in Italia ec.»

426) È facile lo scorgere l'inesattezza della pratica ora esposta. A tutti quei difetti che sono comuni alle bocche non

munite di regolatore, e che abbiamo annoverati nel precedente capitolo, s'aggiunge qui la nessuna norma sulla grossezza della lastra in cui la bocca deve essere scavata; la quasi nessuna relativamente alla sua collocazione, in specialtà nelle svolte de' canali, e molte si trovano in quest'ultimo caso: aggiungi il non essere per tutte egualmente libero o egualmente impedito l'efflusso; e finalmente il trovarsi la inferior soglia della bocca per alcune presso al fondo del canale dispensatore, molto sollevata per altre, con notabile differenza di contrazione, e quindi nella quantità dell'efflusso.

427) *Pratiche in uso nel Piemonte.*

Si hanno in Piemonte tre metodi per la dispensa dell'acque, e tre unità di misura. Qui non diremo che dei due primi, essendochè il terzo appartiene ai sistemi di bocche munite di regolatore, e dei quali dobbiam trattare in appresso.

Nel primo metodo l'acqua si vende a *ruote*. Per *ruota di acqua* s'intende la quantità di acqua che esce da una luce quadrata con un piede *aliprando* di lato $\{0^m,5136\}$, e di cui il labbro superiore è sfiorato dall'acqua che dalla stessa si versa.

Si dà alla base tanti piedi aliprandi e sue parti, quante sono le ruote o parti di ruota che si vogliono estrarre, mantenendo invariata l'altezza.

La ruota d'acqua si divide in dodici oncie come il piede aliprando. Nessun'altra norma, oltre le accennate, trovasi prescritta.

428) Non è però che la ruota d'acqua sia così nettamente fissata come s'è detto superiormente; imperocchè alcuna fiata si sono alterate le dimensioni della bocca, assegnando 9 oncie di altezza sovra 16 di larghezza, e alcun'altra, come nei canali di Vercelli, si tollera un qualche battente. Ai difetti comuni colle bocche veronese e mantovana s'aggiungono qui e l'indecisione nelle dimensioni, e il non avervi battente. Da ciò provenne il cambiamento adottato nel 1730, che diede luogo al secondo metodo che ora ci faremo ad esporre.

429) In questo metodo l'unità di misura è l'*oncia*, intendendo per oncia la quantità d'acqua che per pura pressione

dell'acqua sovrastante alla soglia può uscire da una luce di oncie tre del piede aliprando ($0^m,1284$) di larghezza su oncie quattro ($0^m,1712$) di altezza, e sotto il battente di due oncie ($0^m,0856$).

Nessun'altra avvertenza è prescritta, anzi si giunse alcune volte qui pure ad alterare le dimensioni della bocca, tenendo però sempre inalterato il battente.

A questo metodo s'è ultimamente applicato un regolatore, come vedremo più sotto.

430) *Pratica della provincia di Brescia.*

L'acqua è qui misurata a *quadretti*, intendendosi per *quadretto* quella quantità d'acqua che fluisce da una luce quadrata di un braccio di lato ($0^m,471$). Egli è probabile che all'origine fosse sottinteso che una tale misura regolatrice conserverebbe un'altezza costante; forse dovea esser nullo il battente; ma la pratica si allontanò ben presto da un tale precetto, e anzi non si conservò più che l'area della luce, alterandone a beneplacito i lati. Fra i mezzi adottati per regolarizzare in qualche maniera la quantità d'acqua erogata evvi il seguente: in continuazione della bocca propriamente detta, il canale di scolo è reso diritto e regolare per un tratto di 600 braccia, ossieno 282 metri, con costante pendenza di 4 oncie, o $0^m,55$ per chilometro; poi in detto canale si pongono due altre bocche eguali alla prima, l'una verso il mezzo e l'altra al suo termine. Convien però confessare che un tale rimedio non fa che complicare l'efflusso senza rendere il metodo migliore.

Si allarga o restringe la bocca proporzionatamente al numero dei quadretti richiesti.

431) *Pratica della provincia di Bergamo.*

In questa provincia l'*oncia* d'acqua è la quantità di questo liquido che liberamente fluisce da un orificio circolare di una oncia ($0^m,044$) di diametro. Non è prescritto il carico sul centro, e quindi un tal metodo di distribuzione è dei più inesatti che si conoscano.

432) *Pratiche nelle provincie venete.*

Nelle provincie venete, se si eccettua la veronese, nessuna

pratica stabilita si usa per la dispensa delle acque; non vi ha nemmeno una unità di misura determinata. In tutte le concessioni non è fatta menzione se non se della grandezza della luce, per lo più rettangolare o quadrata, e dell'uso a cui l'acqua che ne fluisce è destinata. Nessuna considerazione si trova sul battente, niente da cui si possa inferire che siasi avuto alcun riguardo all'elemento della velocità.

433) *Pratiche in uso nel mezzogiorno dell'Italia.*

Dalla diritta del Pò fino agli estremi limiti meridionali d'Italia, l'irrigazione, così fiorente nella Lombardia e nel Piemonte, non ha più che un'importanza secondaria, e non è quindi meraviglia se qui sono trascuratissimi i metodi in uso per quelle poche distribuzioni di acque che sono in attività.

Stati romani. Nel Ferrarese e nella Romagna, perchè le acque o sono troppo basse come quelle del Pò, o irregolari come quelle de' suoi affluenti della riva diritta, si fa piccolo uso dell'acque per l'agricoltura. Nella provincia di Bologna havvi, a vero dire, il canale Naviglio destinato principalmente alla navigazione, ma che serve eziandio all'irrigazione; ma generalmente non è stabilita alcuna regola fissa per tali derivazioni, le quali si operano coll'uso di semplici orificii muniti di cateratta, che serve a moderare l'efflusso di modo che non si impoverisca troppo il canale da cui l'acqua è derivata. Per le bocche del Naviglio è prescritto che la loro soglia inferiore sia di pietra dura, ed elevata met. 1,14 sul fondo del canale. Solo nel 1811 per alcune nuove concessioni di acqua fu stabilito che l'unità debba essere una bocca quadrata di 4 oncie del piede di Modena per lato (0m,172); ma null'altro essendo fissato, ciò non può giustamente chiamarsi una unità.

In Roma la distribuzione delle acque per le fontane è sotto la pubblica sorveglianza, e si effettua secondo le antiche tradizioni. Quest'acqua però non serve che per gli usi domestici (*).

Stato di Modena. Il modulo imperfettissimo qui adoperato dicesi *macina*, e consta di un'apertura quadrata di 0m,523 di

(*) Sereni, Idrometria, Roma 1838, pag. 283.

lato, con un battente che può giungere fino a 0m,435. Nella provincia di Reggio la bocca ha invece 0m,58 di lato.

Parma e Piacenza. Sembra che l'unità sia il volume d'acqua che scorre per un canale avente per sezione 108 oncie di un certo braccio che è 0m,587; e generalmente con larghezza di 12 oncie sopra 9 di profondità, cioè a dire di 0m,59 su 0m,44, e in modo che esso riesca riempiuto intieramente. Quando però s'abbia bisogno di una esatta distribuzione si adotta il modulo milanese.

Nessuna pratica esiste negli stati di Napoli e nella Toscana, privi di quelle vaste pianure di dolce pendenza su cui scorrono in gran copia le acque, ed essendo la classe agricola impiegata in altre culture di grandissima importanza.

Articolo II.

Bocche munite di regolatore

434) *Pratica milanese.*

L'*oncia magistrale*, od unità di cui si valgono i Milanesi per la misura dell'acqua corrente, è rappresentata dal volume di questo liquido che sorte per pura pressione da una bocca larga oncie 3 milanesi (0m,1487), alta oncie 4 (0m,1983), grossa oncie 3 (0m,1487), e col battente di 2 oncie (0m,0991). Si fa la larghezza tante volte 3 oncie quante sono le oncie magistrali che si vogliono estrarre. Ecco poi l'edificio completo come deve essere costruito (fig. 50).

Nella sponda del Naviglio apresi la porta *a b* di larghezza eguale a *p q*, cioè larga quanto la bocca. Essa è munita di una cateratta che scorre tra due incastri cavati negli stipiti della porta. Di qui entra l'acqua nella *tromba coperta*, che è una conca parallelepipeda, di cui la lunghezza *c c'* è dieci braccia (5m,949), la larghezza *c' d'* è eguale alla *p q* più dieci oncie (0m,4958), perchè i muri laterali *c c'*, *d d'* restano indietro dagli stipiti di cinque oncie per parte. La faccia opposta alla porta è un lastrone di marmo grosso oncie tre (0m,1487):

quivi è scolpita la bocca o modulo nelle misure testè indicate, e la sua soglia *g* è alta sopra il fondo orizzontale della tromba oncie otto (0m,3966). Dal fondo dunque della tromba s'ascende alla soglia del modulo per uno scalino alto oncie otto; è però in libertà, se si vuole, togliere questo scalino sostituendo il fondo acclive sopra la retta *fg*. Poco lungi dalla porta è murata una solida pietra, il di cui piano inferiore è posto precisamente a livello col ciglio *h* del modulo, ed in altezza di due oncie (0m,099) stendesi un tavolato orizzontale *oa* che chiamasi *cielo morto*, ed è destinato a sedare più presto le oscillazioni dell'acqua che entra per l'apertura *ef*. Finalmente tutta questa parte è sopracchiusa da una volta, ed ha perciò il nome di *tromba coperta*.

L'acqua che sorte dalla bocca viene ricevuta in un canale *rstn* che porta il nome di *tromba scoperta*. Esso è lungo nove braccia (5m,3541), ed i muri laterali nel principio si discostano due oncie per parte dalla dirittura dei lati della bocca, e nel fine di oncie cinque. Il fondo *lm* è declive ed ha caduta di un'oncia (0m,0496); comincia in *l* un'oncia sotto la soglia della bocca, e termina in *m* un'altra oncia più basso, e quivi ha luogo un secondo salto di un'oncia.

435) I difetti che si possono ancora riscontrare nell'accennata pratica milanese si riducono ai seguenti.

1.° Collocate come sono le bocche a differentissime profondità sotto il livello dell'acqua nel canale dispensatore, questa acqua entra nella tromba coperta con velocità molto varia, e che alcuna volta può essere notabilissima; nè la lunghezza della tromba coperta e il rapporto fra la sua sezione e quella del modulo, rapporto che tanto più si approssima ad uno quanto è maggiore la portata della bocca, sono tali da estinguere intieramente una tale velocità: aggiungi che le onde battendo contro il cielo morto, la percossa si converte in pressione con aumento del battente prescritto. Secondo le esperienze dei chiariss. Tadini e Bruschetti si trova diffatti quasi sempre il battente maggiore del giusto: Tadini lo trovò perfino di dieci oncie e mezza in luogo delle due che sono prescritte. Si attenuerebbe un tale inconveniente dando maggior-

lunghezza e sezione alla tromba coperta, e sopprimendo il cielo morto.

2.° L'uso di raddoppiare, triplicare ec. la base per avere doppia, tripla ec. quantità d'acqua fa sì che le bocche di maggiore portata s'avvantaggino su quelle di portata minore, crescendo il perimetro in minor proporzione di quello che cresca la sezione del modulo. Secondo alcune esperienze del Bossùt, riferite dal Brunacci (*), sembrerebbe che un'area quadrupla di un'altra, ma soltanto doppia in contorno, s'avvantaggiasse sulla prima per quattro millesimi della quantità totale, e per sette una la cui area sia sedici volte quella della prima, essendone solo quadruplo il contorno. Questo difetto si renderebbe trascurabile prescrivendo di tagliare il modulo in lastra sottile, e di non costruire bocche di portata maggiore di oncie otto, suddividendo quelle che avessero diritto a più grande portata.

3.° È difetto il lasciare all'arbitrio dell'utente l'adottare il piano acclive *fg* in luogo dello scalino: è evidente che il piano acclive, diminuendo la contrazione sulla soglia inferiore, tende ad aumentar la portata. Sarebbe opportuno non permettere l'uso di questo piano.

In ultimo si renderebbe più perfetto il sistema aumentando il salto al fondo della tromba scoperta, per rimovere gli effetti dei rigurgiti.

L'edificio della bocca d'erogazione milanese si deve all'ingegnere Soldati, che lo propose nel 1571.

436) *Pratica cremonese.*

L'*oncia d'acqua*, o l'unità di misura per la provincia di Cremona, è la quantità di acqua che entra e decorre per una doccia parallelepipeda larga un'oncia ($0^m,0403$), alta dieci oncie ($0^m,4029$) e lunga dieci braccia del braccio vecchio, ossia del trabucco ($4^m,8353$), con battente di un'oncia. La larghezza maggiore o minore determina il maggiore o minor diritto dell'estrazione; le luci però non possono superare la larghezza di oncie ventiquattro (fig. 51).

(*) Quale fra le pratiche ec. Cap. III.

L'edificio si compone di più parti. 1.° L'*incile* o apertura *a b* che si schiude nel canale dispensatore, e munita di apposita cateratta scorrente lungo due stipiti in pietra, fissi nelle due spalle di muro che costituiscono le sponde del condotto che accompagna la bocca pel tratto di dieci braccia (4^{m},8353); il fondo di questo condotto è in muratura esattamente orizzontale ed a livello col fondo del modulo; la larghezza della bocca è poco più della larghezza del modulo. 2.° Il *bottino* che è un canale della lunghezza di 4 o 7 trabucchi (14^{m} o 17^{m}) a fondo orizzontale in continuazione di quello dell'incile, e alla cui estremità sta la *tromba*, o bocca dispensatrice; il modulo superiormente accennato. 3.° Viene poi il canale di scolo della lunghezza di 25 trabucchi (70^{m},995) colla pendenza totale di un'oncia, e con una divergenza che è metà della larghezza della luce: e perchè tali misure del canale di scolo sieno inalterate, al suo termine sta la così detta *briglia g h*, la quale è un ritegno di cotto, largo la metà più della luce, aperto a tutta l'altezza delle rive dell'alveo, e colla soglia depressa di un'oncia sotto il livello del fondo della tromba; la sua figura è quella di un prisma triangolare verticale. Alcune volte v'ha pure lo *scagno f e*, il quale è un sostegno di cotto collocato nel canale dispensatore attraverso all'alveo, e sul quale per tutta la sua larghezza si fissa una trave fasciata di una riga di ferro la cui sommità tiensi a giusto livello del labbro inferiore della bocca.

437) I difetti del sistema si possono ricapitolar nei seguenti:

1.° La sua troppa estensione, occupando circa uno spazio di 97 metri. 2.° L'essere esposto più che il Milanese alle frodi. 3.° Il non crescere il perimetro proporzionatamente all'area; difetto il quale è qui tanto più sensibile, in quanto che invece di una bocca si ha una doccia dispensatrice.

Ad ogni modo però sembra che in detto sistema, eseguito a dovere, la quantità dell'efflusso sarebbe più accertata di quello sia col metodo milanese.

La tromba col suo modulo pare invenzione dell'ingegnere Donineni, addetto al Naviglio Pallavicino intorno al 1561.

438) *Pratica piemontese.*

Il nuovo *modulo* è così definito all'articolo 643 del nuovo Codice piemontese:

«Nelle nuove concessioni d'acqua, in cui sarà convenuta od espressa una costante quantità di acqua fluente, dette anche concessioni a bocca tassata, la quantità conceduta dovrà in tutti gli atti pubblici esprimersi in relazione al modulo d'acqua.

«Il *modulo d'acqua* è quella quantità d'acqua, che per la sola pressione dell'acqua e con libera caduta, passa per una luce quadrilatera, rettangola, collocata in modo che due dei suoi lati sieno verticali, larga due decimetri, alta due decimetri, ed aperta in parete sottile, contro la quale l'acqua si appoggia, ed è mantenuta colla suprema e libera sua superficie all'altezza di quattro decimetri sopra il lato inferiore della luce».

A questo modulo, nonchè alcune volte alla vecchia oncia d'acqua, è applicato il regolatore rappresentato nella fig. 52.

Si cerca disporre la bocca d'introduzione in modo che si presti il più vantaggiosamente che sia permesso all'entrata dell'acqua, conformando generalmente in andamento curvilineo l'incile dell'apparecchio, così che l'acqua possa conservare di poco diminuita la sua naturale velocità. Il fondo dell'apparecchio, orizzontale e in muratura pel tratto di dodici o quindici metri, è ora a livello del fondo del canale, ora più depresso, e ciò secondo la disposizione dei luoghi o il capriccio dei costruttori; nel più gran numero de' casi l'acqua è condotta alla prima bocca d'introduzione con pendio più o meno pronunciato. A partire dalla bocca di presa dell'acqua, ad una distanza che varia dai quattro ai dieci metri è posto un lastrone di marmo, nel quale è intagliata la vera bocca di erogazione o *modulo*, di quella misura che compete al diritto del particolare utente: una piccola intagliatura è fatta in detto lastrone due decimetri sopra il bordo superiore della bocca, e serve ad indicare l'altezza che deve aver l'acqua nell'interno del bottino. Nelle varie bocche si rimarca quasi costantemente al luogo del modulo un allargamento curvilineo come nella figura, e che serve ad attenuare la velocità della corrente nel-

l'interno del bottino. Dopo ciò continua l'edificio dalla bocca in giù per altri cinque o sei metri con fondo orizzontale e sponde verticali e parallele; poi viene il canale destinato a condur l'acqua al luogo ove dev'essere utilizzata...

439) Il regolatore ora descritto non ha di buono se non l'allargamento della sezione del bottino in vicinanza del modulo; ma è troppo vago nelle rimanenti sue parti perchè ne possa essere raccomandato l'uso.

Devesi tributar molta lode al Governo del Piemonte per avere, pel primo, giudicato opportuno d'intervenire legalmente in questa importantissima materia, determinando in misure decimali una unità uniforme e legale, per servire nelle concessioni di acqua.

440) *Pratiche nelle provincie di Lodi e di Crema.*

L'esistenza del vasto canale della Muzza dà una grande importanza alle distribuzioni d'acqua che procurano al territorio Lodigiano la sua grande ricchezza. Una porzione delle bocche della Muzza, soprattutto nella sua parte superiore, sono regolate dietro il metodo milanese; ma in generale esse lo sono dietro un modulo particolare che è così descritto dal Barattieri:

«I Lodigiani misurano l'acqua ad oncia, e l'oncia è fatta con uno sforo o bocca alta nove (0^m,3415) e larga una (0^m,0379) delle oncie lineari del braccio loro; e tante oncie lineari allargano la bocca, quante sono le oncie d'acqua che intendono cavare, con ordine che tale bocca abbia di battente due oncie lineari (0^m,0994) del braccio milanese. Passa l'acqua nel principio per un canale o tromba attaccato a detta bocca lunga braccia 10 (4^m,553), che tiene la pendenza di un'oncia e mezza (0^m,0568) dal principio sino alla fine, cadendo e camminando del resto a beneplacito, allargandosi però quella tromba un'oncia (0^m,0379) per parte uscita dal labbro della bocca, che si fa grosso due oncie (0^m,0758), e nel fine si allarga di un'altra oncia e mezza (0^m,0568) d'avvantaggio per ognuna delle parti».

Questa disposizione di Lodi ha la più grande analogia con quella di Cremona.

Nella provincia di Crema è adottato per intiero il metodo cremonese, colla sola differenza delle braccia rispettive; il braccio di Crema è $0^m,46978$, mentre quello di Cremona è $0^m,48353$; il battente però è qui invece di due oncie. Il modulo di Crema ha dunque $0^m,03945$ di larghezza, $0^m,3945$ di altezza, $0^m,0783$ di battente.

CAPITOLO IV.

Stima approssimata della portata dei varii moduli ora descritti; problemi sulla permutazione degli orarii; valore approssimato dell'acqua d'irrigazione

441) I moduli che noi abbiamo superiormente descritto presentano circostanze sì varie, da rendere difficilissima l'esatta stima delle loro portate, se ciò non fosse con dirette e replicate esperienze: In essi è quasi sempre l'efflusso più o meno impedito, difficilmente tranquilla l'acqua alla bocca, e questa pressochè mai tagliata in lastra sottile; che anzi nel Cremonese, e in quelli che sul medesimo si modellano, la vera dispensatrice dell'acqua non è già una bocca, ma bensì una doccia di sensibil lunghezza. Facendomi io quindi a rintracciare ora la portata loro, dovetti abbandonare l'uso del calcolo, tutte le volte almeno, in cui le dirette esperienze poteano dar lume molto più certo di quello che le immediate conseguenze di ciò, che nella foronomia abbiamo veduto, potessero somministrare. Egli non è che per quei soli moduli, pei quali l'opinione de' pratici è desiderata, ch'io azzardai l'applicazione di quelle regole; ricordo però che le seguenti portate non devonsi ritenere che approssimate, e anche forse fra limiti non molto ristretti.

442) *Oncia magistrale milanese.*

La Direzione delle pubbliche Costruzioni lombarde ritiene la portata dell'oncia magistrale essere met. cub. 2,80 al minuto primo, locchè corrisponde a litri 46,67 al secondo. Però secondo alcune esperienze del padre de-Regi, il prodotto dell'oncia milanese sarebbe met. cub. 2,43 soltanto al minuto

primo: e qui è mestieri avvertire che la bocca da lui cimentata non aveva lo spessore del modulo milanese, nè era seguita dalla tromba scoperta. Il medio di molti risultamenti di altre esperienze eseguite dall'ingegnere Merlo darebbe met. cub. 2,68, e sembra che queste esperienze meritino molta fiducia. Attenendosi a quest'ultimo dato, avremo per la portata dell'oncia magistrale milanese litri 44,67 al secondo sessagesimale.

443) *Oncia lodigiana, cremonese e cremascà.*

Ho riunite qui queste tre bocche perchè sono modellate sul sistema medesimo, e per la prima si hanno alcune esperienze del sullodato ingegner Merlo, non che l'opinione della Direzione delle pubbliche Costruzioni; ed è d'altronde probabile che essendo quasi eguali le altre circostanze, le portate rispettive delle tre bocche accennate sieno proporzionali alle loro aree, ed alla velocità che in ciascuna avrebbe l'acqua, se fossero scolpite in lastra sottile.

Ammettendo dunque che le bocche suddette fossero scolpite in lastra sottile, per le regole date nella foronomia, si avrebbero le seguenti portate:

portata dell'oncia lodigiana in un secondo	17,51	litri
» cremonese	20,34	id.
» cremasca	18,05	id.

e quindi si avrebbero i rapporti seguenti:

dell'oncia cremonese alla lodigiana	1,1618
dell'oncia cremasca alla lodigiana	1,0307

La Direzione generale delle pubbliche Costruzioni sembra ritenere che il rapporto dell'oncia lodigiana all'oncia milanese sia quello dei numeri 12285 : 23734, e quindi che la portata dell'oncia lodigiana sia litri 23,12; allora si avrebbe: oncia cremonese = litri 26,86; oncia cremasca = litri 23,83.

Il rapporto dell'ingegner Merlo è quello di 12 a 24; con questo le rispettive portate sarebbero:

oncia lodigiana	litri	22,34
» cremonese	id.	25,95
» cremasca	id.	23,03

A questi ultimi valori noi ci atterremo come più conformi all'opinione de' pratici.

444) *Moduli piemontesi.*

La portata della ruota d'acqua, essendo nel caso di uno scaricatore, è influenzata eziandio dalla larghezza delle sponde del recipiente in cui essa è scolpita: ritenendo però che queste sieno molto ampie in suo paragone, cadremo nel quarto caso degli scaricatori; e siccome la larghezza di essa bocca è $0^m,5436$, pel qual caso non si hanno esperienze, riterremo per essa i coefficienti delle esperienze di Poncelet e Lesbros per larghezze di $0^m,20$, che sono le più grandi cimentate; con ciò si troverà la portata della ruota piemontese essere litri 338,28 al secondo.

Gl'ingegneri piemontesi valutano la portata della ruota litri 341,18 al secondo, che è un po' maggiore della precedente. Conviene però considerare che, volendo che l'acqua sfiori la soglia superiore della bocca, per l'effetto della chiamata di sbocco, l'altezza premente sarà un poco maggiore di h, locchè rende più probabile la portata maggiore.

I difetti però inerenti a questo sistema di bocche rende incertissima la stima della loro portata, e dovrassi ritenere quella data superiormente come la portata della ruota normale, e quindi come un limite intorno al quale oscilleranno da una parte e dall'altra le portate reali.

Agli altri due sistemi piemontesi, avendo un regolatore, essendo scolpita la bocca in lastra sottile, e fluendo l'acqua a libera cascata, saranno con molto maggiore fiducia applicabili le regole date nella foronomia. Avremo allora

oncia d'acqua = litri 23,90
modulo d'acqua = litri 57,90

Il *modulo d'acqua* però si stima in Piemonte litri 59,88. In quanto all'*oncia*, per le cose altrove accennate, vi ha molta incertezza.

445) *Quadretto veronese e mantovano.*

Nulla si può di sicuro assegnare per quest'ultime bocche, attesa la grandissima varietà delle circostanze in cui esse si

trovano collocate. Se fossero nelle circostanze normali, le loro portate sarebbero:

quadretto veronese = litri 145,36
quadretto mantovano = litri 314,33;

ma, lo ripeto, una tale stima non può essere che molto grossolana, e le portate reali si allontaneranno più o meno da quelle date qui sopra, a seconda che le particolari circostanze saranno più o meno varie, e più o meno lontane da quelle che ne costituirebbero i limiti normali.

446) Pegli altri sistemi ricordati più sopra riesce impossibile determinare la quantità d'acqua da essi somministrata, attesochè mancano di tutte quelle regole fisse e determinate, pel cui mezzo soltanto la portata può essere in qualche modo definita.

Riassumo nel seguente quadro le portate de' varii moduli e il loro rapporto coll'oncia milanese.

Unità di misura	Portata in litri al secondo sessagesimale	Portata relativa, essendo uno l'oncia milanese
Oncia magistrale milanese	44,67	1,0000
Oncia cremonese	25,95	0,5809
Oncia di Crema	23,03	0,5155
Oncia di Lodi	22,34	0,5000
Modulo piemontese	57,90	1,2961
Oncia piemontese	23,90	0,5350
Ruota piemontese	341,18	7,6376
Quadretto veronese	145,36	3,2540
Quadretto mantovano	314,33	7,0365

447) Giunta la suddivisione delle acque ad un certo limite, non procede più oltre; ma si supplisce coll'alternarne l'uso fra i diversi utenti, e dirigerle in massa o verso l'una, o verso l'altra parte, nei rispettivi canali, per mezzo d'incastri muniti di paratoie. Secondo la natura della rotazione agraria e la diversa copia delle acque, si stabilisce un certo numero di gior-

ni, che chiamasi *rota*, durante la quale si rinnova coll'istesso ordine l'uso temporario dell'acque. Suddivisa la *rota* in ore e frazioni, si assegna a ciascun utente un tempo proporzionato alla rispettiva sua competenza. Nel Milanese la rota ordinaria è di dieci giorni e talvolta anche di sette. Nel Cremonese, ove le acque sono più scarse ed il suolo meno permeabile, è di sedici giorni.

Ciò dà luogo ad alcuni problemi che ora ci faremo a risolvere.

448) A quest'uopo diremo

Q = il numero indicante la competenza o la proprietà di un utente, l'unità essendo l'uso di un'unità d'acqua corrente per un'ora in rota d'un giorno;

Q_1 = la stessa competenza in acqua continua;

N = la portata del canale comune espressa in unità di misura, per es. in oncie d'acqua;

T = il tempo espresso in ore, che indica l'orario che compete all'utente suddetto;

R = il numero dei giorni che compongono il periodo della rota.

Evidentemente si avrà:

$$(1)\quad Q = \frac{N.T}{R};$$

$$(2)\quad Q_1 = \frac{Q}{24} = \frac{N\,T}{24.R}.$$

Egli è mediante l'uso di queste semplicissime formole che si possono facilmente risolvere tutti i problemi, che s'attengono alla permutazion degli orarii. Eccone alcuni esempii.

1° Un utente ha diritto ad un volume d'acqua continua equivalente ad un terzo d'oncia. Gli si concede una bocca di otto oncie in rota di giorni dodici; si domanda l'orario corrispondente. Avremo

$$Q_1 = \frac{1}{3};\quad N = 8;\quad R = 12;$$

quindi dalla (2)

$$T = \frac{24.R}{N}.\,Q_1 = \frac{24.\,12.\,\frac{1}{3}}{8} = 12^h.$$

2.° Un utente ha diritto ad un volume d'acqua di 4 oncie in rota di 8 giorni per la durata di 6 ore. Vuole mutare la rota ed avere l'acqua ogni 12 giorni e pel periodo di 24 ore; quante oncie gli competeranno?

Dalla (1) avremo

$$\frac{4.6}{8}=\frac{N'.24}{12.};$$

da cui

$$N'=1^{onc.}\ e\ \frac{1}{2}.$$

3.° Un utente dell'acqua di un canale, la cui portata è di oncie 15, ha una competenza di ore 6 in rota di giorni 10. Quante ore gli si dovrebbero assegnare, se la rota venisse ridotta a giorni 15, e la portata a 10 oncie soltanto, ammettendo che la competenza assoluta dell'utente non abbia a variare? Si avrà

$$\frac{15.6}{10}=\frac{10.T}{15};$$

da cui

$$T=13^{h}\frac{1}{2}.$$

4.° Un utente ha diritto a 4 oncie di acqua per 12 ore in rota di giorni 8. Si domanda a quale rota avrà diritto, essendo la portata del canale oncie 6, concedendogli l'orario di ore 24, ed essendosi raddoppiata la sua competenza? Si avrà

$$\frac{2.4.12}{8}=\frac{6.24}{R};$$

da cui

$$R=12.$$

Questi pochi esempii basteranno allo scopo, essendochè tutti si risolvono egualmente.

449) Sebbene non direttamente di nostra spettanza, pure credo qui non del tutto inopportuno il soggiungere alcune nozioni relative all'uso ed al prezzo dell'acqua d'irrigazione. Mi valgo perciò quasi esclusivamente dell'eccellente libro del sig. Francesco dott. Colombani: *Manuale d'idrodinamica*, edizione seconda.

450) In Lombardia l'irrigazione si divide in *estiva* e *invernale*; estiva dai 25 marzo agli 8 settembre; invernale da-

gli 8 settembre ai 25 marzo successivo. Si suddivide poi in *continua* e *discontinua*: è continua l'irrigazione delle risaie in estate, delle marcite in inverno ec.; è discontinua l'irrigazione per tutti gli altri prodotti, i quali sono irrigati periodicamente ogni 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, o 16 giorni, secondo la rota, o periodo di tempo adottato.

L'uso iemale dell'acqua cessa all'epoca dell'asciutta dei canali dispensatori, epoca nella quale hanno luogo gli espurghi e le riparazioni; questa dura ordinariamente 28 giorni e, secondo i varii canali, ha luogo o ne' primi di marzo, o al principio di aprile.

151) Pochissime esperienze si hanno sulla quantità dell'acqua necessaria all'irrigazione de' varii prodotti. D'altronde la detta quantità di acqua dipende da tante circostanze e così varie, che sarebbe vano il volerla assoggettare a regole fisse e applicabili ai varii luoghi. Mi accontenterò di soggiungere qui alcuni pochi dati che, quantunque affatto incompleti, possono però tornare di una qualche utilità.

In Lombardia si ammette generalmente che, per le circostanze ordinarie di permeabilità del suolo, un'oncia d'acqua milanese basti per l'irrigazione di 360 o 400 pertiche milanesi di risaia. Nel veronese e nel mantovano si ritiene che il quadretto veronese d'acqua continua sia sufficiente all'irrigazione di 76 biolche mantovane, se le scolature vengono restituite, di 142 se no.

Per le marcite, nella Lombardia dove sono molto estese, si ammette ordinariamente che un'oncia magistrale basti per 12 o 15 pertiche milanesi secondo le circostanze, e supposto che le scolature vadano perdute.

Così pure nel Milanese si ritiene che un'oncia magistrale per 24 ore in rota di 14 giorni, basti all'irrigazione di 44 pertiche milanesi di prato arenoso, essendo le scolature perdute. Nel Veronese si ammette che un quadretto d'acqua, per 24 ore in rota di 7 giorni, sia sufficiente ad irrigare 26 campi circa di prato.

Per l'ordinaria coltivazione si assegnano circa 36 pertiche milanesi di terreno in parte sabbioso per oncia magistrale, e

dalle 1000 alle 2000 pertiche coltivate a vicenda per tre di dette oncie. La quantità maggiore o minore di terreno irrigabile dipende poi dal modo secondo cui vengono utilizzate le scolature, che si possono ritenere fra un terzo od un quarto della quantità totale dell'acqua.

452) In quanto ai prezzi correnti delle acque d'irrigazione si possono ritenere come approssimati i dati seguenti:

1.° Affitto a ragione di perticato:

Nelle provincie di Lodi e di Pavia l'acqua estiva del cavo Marocco, in rotta di 14 giorni, si vende alle bocche d'estrazione in ragione di A. L. 0,886 per ogni 100 metri quadrati; computando le ordinarie spese di condotta e di manutenzione A. L. 0,96 per ogni 100 metri quadrati. Però in quelle parti della provincia di Lodi, dove può giungere l'acqua abbondantissima della Muzza, l'irrigazione in rota di 14 giorni si calcola solo dalle A. L. 0,46 alle A. L. 0,15 per ogni 100 metri quadrati.

In certe parti della bassa Lombardia l'acqua continua per irrigar le risaie si vende per un quarto del prodotto lordo di esse; in altre per la metà o per un terzo, secondo la fertilità del suolo e le circostanze locali.

2.° Affitto in ragione di onciato e di tempo.

Nella maggior parte della Lombardia l'acqua estiva continua si affitta A. L. 1100 per ogni oncia magistrale milanese, la iemale A. L. 110.

In Lomellina (borgo s. Siro) l'affitto per un'ora di un'oncia magistrale milanese, in rota di 14 giorni, si paga A. L. 7.

Nell'alto Cremonese l'oncia pur milanese d'acqua continua vale A. L. 800 all'anno, A. L. 1100 nel basso.

Un decreto vicereale (24 novembre 1822) fissa siccome limiti minimi, per le acque dei Navigli grande e di Pavia, i prezzi seguenti.

Livello perpetuo di un'oncia milanese di acqua continua A. L. 600.

Affitto a tempo indeterminato di un'oncia estiva continua A. L. 500; di un'oncia iemale A. L. 60, se fuori del circondario delle 5 miglia da Milano, A. L. 80 se no.

3.° Valor capitale dell'acqua continua.

Il decreto vicereale superiormente accennato fissa ad A. L. 14000 il prezzo minimo dell'assoluta proprietà di un'oncia magistrale milanese continua, da derivarsi dai Navigli grande e di Pavia.

CAPITOLO V.

Dei partitori

453) Dicesi *partitore* quel qualunque edificio, col cui mezzo tutta l'acqua di un dato rivo o canale viene suddivisa fra un certo numero di utenti in altrettante parti aventi fra loro un determinato rapporto.

454) Se si potesse far sì che la velocità delle singole molecole fosse eguale in tutti i punti di una stessa sezione, ridotta già rettangolare e a fondo orizzontale, niente sarebbe più facile che la suddivisione in parti aliquote di una data corrente; attesochè basterebbe a quest'uopo assegnare alle singole larghezze parziali quei medesimi rapporti che devonsi avverare fra le parziali portate. Se non che riescendo impossibile il far sì che l'acqua non corra più velocemente nel mezzo che verso le sponde, un tal metodo non è applicabile così semplicemente se non allora che si trattasse di dividere la corrente in due parti eguali. Quando però si domandasse partirla in più di due parti, o anche in due parti, ma non eguali, allora si è necessitati a ricorrere a semplici approssimazioni rese più o meno esatte dalle circostanze speciali.

455) Lo scopo di tutte le precauzioni che devonsi prendere in questi casi si è quello di operare in modo che la velocità media dell'acqua resti sensibilmente la stessa all'imboccatura de' varii rami, di modo che possa ammettersi che le portate sieno proporzionali alle rispettive larghezze. Per raggiungere questo scopo i mezzi variano colle circostanze locali: ora si si accontenta di dare ai rami più larghi una direzione più obliqua a quella del canal principale: ora si fanno variare le al-

tezze delle briglie o salti, che si stabiliscono in ogni canale dividente, ad una certa distanza a valle del punto di partizione: ora si stabilisce a monte, e in faccia ai rami centrali troppo favoriti, un piccolo pilone avanzato, che ha per iscopo di dividere i filetti liquidi a profitto dei rami laterali. Starà nella bravura dell'ingegnere scegliere il mezzo migliore secondo le particolari circostanze.

456) In qualunque caso le precauzioni d'uso che si osservano nella costruzione dei partitori sono le seguenti:

1.° Non si stabiliscono mai se non sopra porzioni rettilinee dei canali; o tali si riducono nell'ultimo tronco a monte dell'edificio, pel tratto di 140 o 150 metri almeno, regolarizzando le sponde e riducendole esattamente parallele.

2.° Per 12 o 15 metri, a monte del punto di divisione, le sponde si fanno in muratura e verticali, e il fondo, pure in muratura, si riduce piano ed orizzontale.

3.° Si evitano gli spigoli saglienti dei muri, volte ec., che darebbero luogo a contrazioni ineguali per l'acqua che passa ne' varii rami; come pure conviene abbandonare l'uso d'acquedotti coperti, tubi di condotta ec., ne' quali l'efflusso non si opera come ne' canali o acquedotti scoperti.

457) Per maggiore intelligenza di quanto abbiam detto, riporto qui la figura e le dimensioni di un partitore, destinato a dividere l'acqua in due parti aventi fra loro il rapporto di 2 ad 1 (*).

La fig. 53 rappresenta questo partitore nella sua pianta e nell'alzato. *ABCD* è il canale, *REFD* il partitore, *G* lo spigolo sagliente in pietra destinato a dividere l'acqua, *LH*, *QK* i due rami parziali, *H* e *K* le briglie o salti al termine dei medesimi. Nell'alzato, *MNP* rappresenta il fondo del partitore; i salti *P* ed *N*, che ora si trovano, or no, sono uno di que' mezzi con cui l'ingegnere cerca in qualche maniera di regolarizzare l'efflusso, come nell'attuale figura la divergenza del ramo della portata maggiore. Le briglie *H* e *K* ordinariamente si mettono a 60 metri di distanza dal partitore, e servono a

(*) Colombani. Manuale d'Idrodinamica, ediz. seconda, pag. 59.

determinar la pendenza dei varii rami. Nel caso che or si contempla, divisa la larghezza del canale in tre parti eguali, e guidata pel primo punto di divisione una retta parallela alle sponde del canale medesimo, il taglio *G* del dividente è collocato appunto su questa retta.

Del resto la forma de' partitori non è sempre la stessa, ed io non ho riportata la superiore se non come semplice esempio.

458) Il chiariss. Tadini nella nota VII. alla sua Memoria «della misura delle acque correnti», propone di costruire i partitori nella maniera seguente.

«Si scelga un tronco del canale diritto, o tal si riduca, per una lunghezza eguale ad 8 o 10 larghezze dell'alveo al più, ed all'estremità inferiore di esso si fabbrichi il partitore, che dovrà comprendere due parti, l'una alta che versa l'acqua, e che diremo *versatore*, l'altra bassa che chiameremo propriamente il *partitore*, formata dalle teste de' rigagni, fra le quali l'acqua rimane nell'assegnata proporzione scompartita.»

La larghezza del versatore si farà eguale a quella del canale, e in modo che i due assi si corrispondano; la sua lunghezza dai 3 ai 10 metri, secondo che il canale è piccolo o grande; la platea orizzontale e lastricata di pietre, le sponde di muro, verticali e parallele.

«Sotto il versatore si colloca il partitore propriamente detto, vale a dire si dispongono le teste dei rigagni ne' quali si versa e si scomparte l'acqua. Le loro sponde sotto la gronda del versatore debbono formarsi di pietra o di marmo, e terminarsi superiormente in uno spigolo acuto e tagliente, perchè debbano fendere la grondaia dell'acqua che loro piomba sopra. La sommità di ogni spigolo sarà a livello della soglia o platea del versatore, la sua lunghezza non dovrà essere minore della corda tesa sotto l'arco descritto dall'acqua grondante: al di là di questi spigoli taglienti le ripe dei rigagni si fanno di muro o di terra, come più si stima convenire.»

Gli spigoli delle teste dei rigagni devono dividere la larghezza totale in porzioni tali, che abbiano fra loro lo stesso rapporto delle parti in cui va divisa la corrente.

CAPITOLO VI.

Dei fontanili

459) Mi parrebbe incompleto un trattato sulla dispensa delle acque, s'io non dicessi alcun che intorno ai così detti *fontanili*, vera fonte di ricchezza per le ubertose campagne lombarde, porzion delle quali, se allo scopo delle irrigazioni si fossero applicate soltanto le acque dei fiumi e canali che solcano quel bel paese, sarebbe rimasta priva del rilevante vantaggio che trae dalle stesse.

In Lombardia s'intende per *fontanile* un terreno scavato più o meno profondamente, secondo il bisogno lo richiede, e nel quale si raccoglie l'acqua che zampillando sorge dalla terra.

In esso si distinguono tre parti: la prima si dice *testa*, ed è il luogo dove l'acqua si raduna; la seconda *asta*, e serve a ricevere lo scolo della testa: la terza finalmente è il *canale* che dà passaggio all'acqua e la dirama, e che è come un prolungamento dell'asta.

460) Trovato il luogo dove si possa fondatamente sperare che le scaturigini sieno più copiose, ivi si procede all'escavazione della *testa*, che comunemente si fa curvilinea all'estremità superiore coi fianchi convergenti a foggia d'imbuto verso l'estremità inferiore, ove incomincia l'asta. Scavata e disposta la testa, dopo essersi lasciata la medesima in questo stato per alcuni mesi, aspettasi che spuntino delle erbe acquaiuole, il crescione in ispecie, e si introducono nella sabbia ove sorgono queste, o dove zampilla l'acqua, alcuni tubi o tini privi di fondo, in modo che le varie sorgenti sieno racchiuse dentro dei medesimi. Questi tini vengono poi chiamati *occhi* del fontanile, e si fanno comunemente di ontano in forma di coni troncati dell'altezza di $2^m,40$ circa, e col diametro superiore di 1^m, e di $0^m,90$ alla parte inferiore, che è quella che va conficcata nel suolo. Lo scopo di questi tini si è d'impedire che

i zampilli da essi racchiusi sieno otturati dalla terra. Non v'è regola in quanto alla loro distanza ed al loro numero, dipendendo ciò tutto dall'esser più o meno vive e frequenti le scaturigini. Ogni sei mesi circa si purga il loro interno, acciocchè le materie che potrebbero cadervi non deviino la sorgente. Si praticano poi in detti tini delle aperture verso la parte che guarda il canale, affinchè l'acqua possa sortire più facilmente.

All'asta si accostuma dare l'inclinazione di 1^m su 200^m di lunghezza; ma essa è necessaria soltanto al primo tronco, bastando in seguito la pendenza di $0^m,003$ per kilometro, massime se il corpo d'acqua sia di una discreta portata.

461) Occorre spessissimo di determinare il prodotto effettivo di un fontanile già aperto, o quello probabile di un fontanile da aprirsi. Nel primo caso basta stimare la portata del canale nel quale si raccoglie tutta l'acqua del fontanile, portata che si stimerà col metodo dei regolatori altrove accennato. Nel secondo converrà stimare la portata probabile dei varii occhi del fontanile, cercando, se è possibile, di raccogliere l'acqua che fluisce dai medesimi in vasi di nota capacità; oppure aprendo un piccolo canaletto a detta acqua, che ad una certa distanza si intesterà con una diga, ove sia scolpita una luce, nella portata della qual luce si avrà la portata che si cerca. Sono questi i métodi che danno la portata colla maggiore esattezza, non recando con essi alcun impedimento all'acqua che fluisce dall'occhio. Quando però le circostanze locali ne impedicano l'applicazione, accontentandosi di una stima grossolana, possono servire i metodi seguenti.

462) Si incassa la sorgente, di cui si vuole stimare la portata, in un tino o pozzetto senza fondo di forma prismatica retta, e colle sponde impenetrabili all'acqua, segnando nell'interno del detto tino il punto dell'ordinario livello dell'acqua, quel punto cioè a cui essa si porrebbe, se il tino venisse tolto. Si attende che l'acqua si ponga al massimo livello, cosicchè si scorga ch'essa più non si elevi nel tino medesimo; si nota pure questo secondo punto, misurandone con accuratezza la sua distanza dal primo. Ciò fatto con una tromba, o con un

altro mezzo qualunque, si estrae l'acqua dal detto tino fino a che essa sia ridotta al suo livello ordinario, e quindi con un orologio a secondi si nota il tempo che essa impiega per raggiungere il secondo punto, o meglio, quello che impiega per raggiungere un terzo punto inferiore al massimo livello e di nota distanza dal primo. Mediante queste misure e l'area nota della sezione del tino, si avrà la portata della sorgente, fondandosi sopra le considerazioni che or ora esporremo.

Ho detto esser meglio misurare il tempo impiegato dall'acqua a portarsi ad un livello inferiore al massimo, e ciò perchè negli ultimi momenti, quando l'acqua è vicina a raggiungere la sua massima altezza, il suo movimento si fa così lento, che è molto difficile stimare il vero istante in cui cessi di salire; e l'errore nella stima del tempo potrebbe riescire sensibilissimo nella stima della portata.

463) Ammettendo che, per l'effetto della pressione dell'acqua sovrastante, nessuno dei filetti fluidi che metton capo nella sorgente abbia a mutare di strada, disperdendosi pel sottoposto terreno; ammettendo di più che, allorchè l'acqua ha cessato di salire nel tino di prova, la sua altezza sopra l'ordinario livello misuri la velocità, con cui si eseguisce l'efflusso della bocca medesima nelle sue circostanze ordinarie, detta a quest'altezza, Q la portata, ed S l'area totale delle piccole bocche della sorgente, sarà

$$Q = S\sqrt{2g.a}.$$

Per eliminar S, dicasi A la sezione del tino, t il tempo impiegato dall'acqua a portarsi all'altezza $b < a$ sopra l'ordinario livello: per ciò che s'è detto dell'efflusso a livello variabile (num. 167) sarà

$$t = \frac{2A}{S\sqrt{2g}}\{\sqrt{a} - \sqrt{a-b}\};$$

da cui

$$S = \frac{2A}{t\sqrt{2g}}\{\sqrt{a} - \sqrt{a-b}\};$$

e quindi

$$Q = \frac{2A}{t}\sqrt{a}.\{\sqrt{a} - \sqrt{a-b}\}.$$

Se si dica t' il tempo che impiega a raggiungere la massima altezza, essendo allora $b = a$, sarà

$$Q = \frac{2.A.a}{t'}.$$

È questa la regola data dal Mazzeri per la stima della portata delle sorgenti.

464) Si è ammesso che l'altezza a possa misurare l'altezza premente, cui è dovuta la velocità dell'acqua allo scaturire dalla sorgente, e ciò sarebbe vero, se la trasmissione dell'acqua al tino di prova si effettuasse per mezzo di orificii ordinarii. Ma l'acqua invece si conduce alla sorgente percorrendo lungo e intricato cammino per entro il terreno, locchè se non ha influenza in quanto all'altezza idrostatica, ne ha invece una grandissima quando si consideri l'acqua in movimento, come abbiam veduto pe' tubi, che qui sarebbero tortuosi e lunghissimi: s'aggiunga che l'altezza a non può aversi se non per quella, per cui la pression sopportata dall'acqua fluente obbliga l'acqua medesima a deviare di strada, e a sperdersi pel terreno.

Si può vedere nel Manuale d'idraulica del chiariss. dott. Colombani (*) la discussione della regola del Mazzeri, e si vedrà che con essa non si stimerà almeno che una portata minore del giusto, ma non mai certamente maggiore.

465) Nella grande incertezza della regola or ora accennata crederei più opportuno l'uso della seguente.

Circondata, come precedentemente, la sorgente del suo tino di prova, e notata in esso l'altezza dell'ordinario livello, con un mezzo qualunque si porti in detto tino l'altezza dell'acqua inferiore all'ordinario livello di una certa quantità, poi si noti il tempo che impiega ad elevarsi al livello ordinario, e quello che impiega a superare il detto livello di una quantità pur nota. Ecco come con queste misure, unite a quella della sezione del tino, si può arguire la portata della sorgente.

Sia h il carico sotto cui si effettua l'efflusso all'ordinario livello, S la somma delle piccole bocche della sorgente, Q la portata della medesima, a la depressione sotto l'ordinario li-

(*) Edizione II., nota I., pag. 145.

vello colla quale si cominciò l'esperienza, b l'elevazione finale sopra il livello medesimo, t_1 e t_2 i tempi impiegati per raggiungere il livello ordinario, e per oltrepassarlo della quantità b. Avremo (num. 167)

$$(1)\quad Q = S\sqrt{2g.h};$$

$$(2)\quad t_1 = \frac{2A}{S\sqrt{2g}}\{\sqrt{h+a} - \sqrt{h}\};$$

$$(3)\quad t_2 = \frac{2A}{S\sqrt{2g}}\{\sqrt{h} - \sqrt{h-b}\}.$$

Ricavato S dalla prima e sostituitolo nelle altre, esse si riducono facilmente alle seguenti:

$$h + \frac{Q.t_1}{2A} = \sqrt{h^2+a.h};\quad h - \frac{Q.t_2}{2A} = \sqrt{h^2-b.h},$$

da cui, quadrando, si avrà

$$\frac{Q^2.t_1^2}{4A^2} = \left\{-\frac{Q.t_1}{A} + a\right\}h;\quad \frac{Q^2.t_2^2}{4A^2} = \left\{\frac{Q.t_2}{A} - b\right\}.h,$$

che divise l'una per l'altra somministrano

$$\frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{-Q.t_1 + a.A}{Q.t_2 - b.A},$$

da cui finalmente

$$(4)\quad Q = A\,\frac{b.t_1^2 + a.t_2^2}{t_1.t_2\{t_1+t_2\}}.$$

Con questo metodo si avrà il notabile vantaggio di non elevar molto l'acqua nel tino di prova, locchè potrebbe far deviare molti fili di liquido, e forse irreparabilmente.

APPENDICE PRIMA

CENNI INTORNO ALL'IDROGRAFIA DEL REGNO LOMBARDO VENETO

Allo scopo che i nostri giovani alunni si formino una qualche idea dell'indole e natura dei fiumi che solcano il nostro paese, non che dei canali da' quali egli è in tante direzioni attraversato, ho creduto opportuno di dare in questa appendice alcuni quadri, in cui stanno racchiusi i principali dati che ho potuto raccogliere circa i detti fiumi e canali. Mi valsi a quest'uopo delle tavole che accompagnano la gran mappa del Regno Lombardo Veneto. I quadri relativi al Po e ai canali di Lombardia sono presi dal libro sortito in Milano, nell'occasione del sesto Congresso scientifico italiano, col titolo: «Nozioni naturali e civili sulla Lombardia», e nel quale al capitolo IV il chiariss. ingegnere Elia Lombardini consegnò tutte quelle nozioni intorno all'idrografia di quel ridente paese che nello stato attuale poteansi maggiori, e ciò tutto con quella bravura e scienza che sì eminentemente lo distinguono. Dall'importantissimo lavoro del Lombardini io non ho potuto prendere che quelle poche nozioni che la ristrettezza d'un'appendice richiedea; ma però io devo qui consigliarne caldamente lo studio a' miei giovani allievi, come di cosa che sarà loro per recare notevolissimo vantaggio, e quale tipo degli studii da intraprendersi sui fiumi, e quale norma al ben fare.

QUADRO I.

Laghi principali del Regno Lombardo Veneto

Laghi principali		Verbano o maggiore	Lario o di Como	Sebino o di Iseo	Benaco o di Garda
Fiumi effluenti		Ticinò	Adda	Ollio	Mincio
Elevazione sul livello del mare	met.	194,697	198,726	191,844	69,167
Lunghezza	chil.	64,600	80,660	25,000	52,000
Larghezza massima	»	9,000	4,400	5,400	16,500
Larghezza media	»	3,077	1,775	2,400	6,923
Superficie	chil. q.	200	142	60	300
Perimetro	chil.	146	178	56	124
Profondità massima	met.	800	588	300	584
Elevazione sulla massima magra: dello stato ordinario	»	1,80	1,25	0,85	0,50
Elevazione sulla massima magra: della piena ordinaria	»	4,00	2,70	1,90	1,05
Elevazione sulla massima magra: della piena massima	»	6,39	4,17	2,80	1,54
Durata consueta delle piene	giorni	20	30	15	30
Superficie inondata nelle massime piene	per. met.	182	7000	2300	830

QUADRO II.

Pendenze del Po

Punti estremi d'ogni tronco	Distanze in chilom.	Caduta in met.	Pendenza media per chil. in met.
Fonti alle falde del Monte Viso			
Villa franca	46,30	74,040	1,600
Poncalieri	14,81	11,851	0,800
Moncalieri	29,63	17,777	0,600
Torino — *Foce di Dora Riparia*	7,41	3,629	0,490
Chivasso	29,63	13,629	0,460
Foce di Dora Baltéa	13,89	6,182	0,445
Foce di Sesia	51,85	21,777	0,420
Valenza	19,44	7,835	0,390
Foce di Tanaro	14,81	5,478	0,370
Sommo	53,70	19,333	0,360
Foce di Ticino — Lombardia .	20,37	*7,130	0,350
Foce d'Olona	18,70	5,236	0,280
Foce di Tidone	13,98	3,920	0,280
Foce di Lambro	6,02	1,525	0,254
Foce di Trebbia	15,54	3,730	0,240
Piacenza	3,21	1,210	0,377
Foce d'Adda	29,80	6,560	0,220
Cremona	10,00	2,000	0,200
Isola Pescaroli	24,00	4,560	0,190
Casalmaggiore	24,50	4,410	0,180
Foce di Crostolo	21,00	3,600	0,171
Foce d'Ollio	16,50	2,296	0,139
Foce di Mincio	28,70	*3,587	0,125
Foce di Secchia	2,60	*0,325	0,125
Quatrelle — Veneto e Pontificio .	49,00	*5,887	0,121
Ponte Lago-scuro	20,30	*2,356	0,118
Polesella	16,20	*1,547	0,095
Crespino	12,40	*0,819	0,066
Cavanella	27,50	*1,373	0,050
Foce principale di Maestra . .	30,70	*1,000	0,033

NB. I punti segnati con asterisco furono determinati con apposite livellazioni; gli altri sono approssimativi.

QUADRO III.

Portate medie del Po nei varii mesi dell'anno al di sotto de' suoi influenti, secondo le osservazioni dal 1827 a tutto il 1840

Mese	Media	Massima delle medie	Anno	Minima delle medie	Anno
	m. c.	m. c.		m. c.	
Gennaio	1144	2036	1827	523	1833
Febbraio	1242	2192	id.	576	1835
Marzo	1601	2933	1836	733	id.
Aprile	1609	2503	1829	517	id.
Maggio	2308	3856	1827	1053	1830
Giugno	2133	3046	id.	1021	id.
Luglio	1573	2352	id.	970	1839
Agosto	1268	2147	1831	720	1828
Settembre	1956	2823	1829	914	id.
Ottobre	2230	3902	1839	788	1832
Novembre	1919	4589	id.	1069	1837
Dicembre	1499	4303	id.	696	1828
Portata media 1720					

QUADRO IV.

Influenti del Po, e loro portate alla foce

Fiume	Portata	
	media	massima
	m. c.	m. c.
Mincio	73,97	150
Ollio	136,84	550
Adda	244,33	900
Lambro e Olona	29,65	150
Ticino	321,93	1800
Agogna e Terdoppio	20,12	150
Sesia	77,53	800
Dora Baltéa	215,26	2000
Orco	46,14	450
Stura	40,04	400
Dora Riparia	56,81	500
Po sopra Torino	139,62	1250
Vesante destro del Po da Torino a Valenza	16,97	150
Tanaro	133,17	700
Scrivia	21,37	400
Gurone, Staffora, Tidone ec.	24,80	300
Trebia	25,42	1000
Nure	9,32	200
Chiavenna, Arda ec.	8,35	150
Taro	41,71	1200
Parma ed Enza	27,94	400
Crostolo	4,74	80
Secchia	42,48	450
Panaro	37,03	350

NB. Queste portate non si danno che come approssimative.

QUADRO V.

Misura e durata delle piene del Po dal 1827 al 1840

Principio e termine della piena	Durata in giorni	Altezza massima sulla guardia in metri	Portata unitaria in m. c.		Portata integrale in milioni di m. c.
			massima	media	
Dal 12 maggio al 1 giugno 1827. .	20	2,541	5047	4530	8300
Dal 30 settembre al 5 ottobre 1827.	5 1/4	1,649	4692	4315	1956
Dal 17 settembre al 9 ottobre 1829.	22	1,993	4852	4338	8238
Dal 30 settembre al 6 ottobre 1833.	6 1/4	1,682	4708	4382	2367
Dal 4 al 10 ottobre 1835	6	1,750	4716	4328	2244
Dall' 11 al 20 ottobre 1836 . . .	9 1/8	1,910	4816	4359	3437
Dal 9 ottobre al 25 dicembre 1839.	77.	2,962	5149	4484	29831
Dal 2 al 18 novembre 1840 . . .	16 1/4	2,642	5077	4560	6402

QUADRO VI.

Canali principali della Lombardia

Denominazione	Lunghezza in chil.	Caduta			Portata in oncie milanesi	Portata in m. c. al secondo
		del fondo in met.	distribuita fra i varii sosteg. in met.	totale in met.		
Naviglio Grande . . .	49,982	33,424	— —	33,424	1234*	55,12
» di Bereguardo .	18,848	4,086	20,670	24,756	104	4,65
» di Pavia . . .	33,103	4,400	52,210	56,610	142	6,34
» della Martesana	38,696	17,166	1,822	18,988	654	29,21
Fiume Muzza	38,616	25,880	— —	25,880	1475	65,89

(*) Prima della derivazione dei due navigli di Bereguardo e di Pavia.

NB. Nel passaggio dalle oncie milanesi ai met. cub. di portata ho adottato il rapporto da noi assegnato nel libro IV, cioè litri 44,67.

Denominazione	Principio	Tr… …etri …n magra …ma	minima	Pendenza superficiale in acqua ordinaria per chil. in met. massima	minima	Velocità superficiale in acque ordinarie per secondo in met. massima	minima
Ticino	Sesto Calende. .		0,49	2,50	1,93	5,25	4,34
	Tornavento. . .		0,34	2,15	1,60	4,51	3,60
	Ponte di Buffalora		0,64	1,39	1,15	2,92	2,58
	Origine del Gravell		0,76	0,43	0,35	0,89	0,78
	Sbocco del Gravell		1,00	0,31	0,23	0,64	0,51
Ollio	Ponte Vico. . .		0,60	1,22	1,60	1,19	0,89
	Sbocco del Mela.		1,10	0,90	0,60	1,00	0,80
	Canneto. . . .		1,00	1,00	0,50	0,89	0,70
	Sbocco Delmona.		1,19	0,40	0,20	0,80	0,60
Mincio	Lago Mantova. .		1,80	0,24	0,05	0,70	0,60
Adda	Ponte di Lecco .		0,80	2,33	0,10	4,67	0,25
	Sbocco Nav. Paderi		1,23	2,20	0,73	4,42	1,76
	Lodi		0,49	0,66	0,47	1,90	1,80
	Vinzasca . . .		0,60	0,55	0,30	1,71	1,00
Secchia	Confine Modenese		1,00	0,28	0,13	1,50	1,20
	Quistello . . .		1,99	0,26	0,12	1,31	1,00

Denominazione	Tronc[illegible]i magra		Pendenza superficiale in acqua ordinaria per chil. in met.		Velocità superficiale in acque ordinarie per secondo in met.	
	Principio	minima	massima	minima	massima	minima
Adige	Confine Tirolese	1,39	1,63	1,26	3,13	2,07
	Verona	1,20	1,29	0,83	2,50	1,42
	Zevio	1,65	0,76	0,34	1,71	0,63
	Uscita del Castagnaro	1,42	0,14	0,05	1,29	0,59
Bacchiglione	Sotto Vicenza	1,95	0,24	0,15	0,85	0,70
Brenta	Campo s. Martino	0,32	0,69	0,55	1,01	0,89
	Limena	0,80	0,[illegible]5	0,20	0,87	0,70
	Dolo	0,63	0,25	0,22	0,95	0,80
	Conca di Brondolo	0,89	0,22	0,13	1,03	0,46
Piave	Zenson	1,20	0,18	0,06	0,78	0,28
Fratta e Gorzone	Bevilacqua	1,10	0,25	0,19	0,55	0,34
	Tre Canne	1,10	0,32	0,29	0,21	0,08
Sile	Treviso	0,70	0,88	0,12	3,18	0,49
	Casale	6 03	0,15	0,05	0,51	0,32
	Porte grandi	5,28	0,26	0,05	0,49	0,15
Tagliamento	Latizana	0,93	0,13	—	0,17	—
Tartaro	Gazzo	1,65	0,01	0,01	0,21	0,19
	Sostegno Basadonna	0,95	0,01	0,01	0,17	0,15
	Fiume Tregnon	1,80	0,08	0,08	0,46	0,32

(*) Attualmente il Castagnaro

NB. Ove non è marcata la l

Denominazione		ndenza superficiale r ogni chilometro in met.		Velocità superficiale per secondo in met.		
	na	media	minima	massima	media	minima
Canale della Battaglia. . .	Bd	0,02	0,02	0,84	0,70	0,59
» Bianco.	Cd	0,14	0,12	0,61	0,57	0,53
	So	0,13	0,03	0,38	0,32	0,21
» Bisatto.	Al	0,07	0,06	0,42	0,38	0,32
» di Bovolenta . .	Pd	0,01	0,01	0,80	0,57	0,36
» di Brenta. . . .	Dc	0,06	0,03	0,78	0,43	0,06
» Brentella	Li	0,30	0,19	2,01	1,23	0,46
» Cagnola	Ca	0,01	0,01	0,76	0,61	0,46
» Este o Monselice .	Ur	0,02	0,01	0,68	0,53	0,40
» Fossetta	Ca	0,18	0,07	0,49	0,34	0,11
» Piovego	Pa	0,14	0,12	1,20	0,91	0,61
» di Pontelungo . .	Bo	0,02	0,01	1,03	0,82	0,61
» delle Roncaiette .	Pa	0,02	0,02	1,16	0,87	0,58
» di s. Catterina . .	Es	0,17	0,02	0,42	0,27	0,23
» sotto della Battaglia	So	0,02	0,01	0,87	0,70	0,55
» Tronco comune .	Br	0,26	0,19	1,75	1,10	0,46
Naviglio Adigetto . . .	Ba	0,15	0,14	0,76	0,72	0,66
» di Legnago . .	Le	0,08	0,07	0,68	0,57	0,51
	So	0,07	0,04	0,46	0,32	0,27
Canale di Piove. . . .	Pi	0,10	0,08	0,57	0,47	0,38
	Co	0,14	0,12	0,61	0,57	0,53

APPENDICE SECONDA

DISCIPLINE PRINCIPALI INTORNO ALLE ACQUE (1)

Diritti sulle acque e alluvioni. — Le acque dei fiumi navigabili appartengono allo stato. Gl'incrementi fluviali, o siano le alluvioni e le isole che si formano lungo ai fiumi, appartengono ai privati fronteggianti, i quali le dividono a misura dell'estensione delle rispettive fronti. Le isole che si formano nei fiumi navigabili appartengono allo stato (2).

La superficie delle alluvioni, quando emerge dalle acque ordinarie del fiume e ammette una spontanea vegetazione, si considera appartenere al privato, e soggiace all'imposta; ma non è lecito farvi opere o piantagioni che nuocano al miglior regime del fiume, alla navigazione, o ai diritti del pubblico o dei terzi; onde il privato, per tutte le opere che intraprende nel dominio del fiume, deve dipendere dal magistrato.

Servitù d'acquedotto e di scolo. — Chiunque intenda derivar acque ad uso dell'agricoltura o dell'industria, può condurle pel fondo altrui, pagando il valore del terreno occupato dall'acquedotto in ragione di stima, e un quarto di più; ed inoltre obbligandosi alla manutenzione dell'acquedotto, e a riparare qualunque danno ne derivasse al possessore. E l'acquedotto deve condursi per quella parte del fondo, ove a giudizio

(1) Quest'appendice è tolta per intero dalle « Nozioni naturali e civili sulla Lombardia, vol. I, Milano 1844, pag. 197. »

(2) Cod. civ. austr. § 287-407.

dei periti si rechi minimo danno, salva sempre l'opportuna derivazione dell'acqua (1).

Si noti però che il diritto d'acquedotto coattivo non produce un'espropriazione, ma solo un'occupazione speciale al dato uso, cessato il quale, il proprietario ricupera il suo dominio; per lo che rimane sempre a lui il carico di pagare le imposte prediali per la lista di terreno che ha ceduto all'anzidetto uso speciale.

Il fondo inferiore non può ricusare un esito all'acque del fondo superiore, ma il proprietario di questo ha il carico di continuare il canale di scolo (2).

Servitù lungo i fiumi e canali. — Ognuno può escavare sorgenti sul suo fondo, e condur le acque per esso; ma non fare, o approfondire, o ampliare siffatte opere in tal vicinanza di fiumi e canali e dei loro ripari, che possa, a giudizio di periti, recarvi nocumento. Lungo gli argini principali dei fiumi deve otturarsi qualunque cavità del terreno, fino alla distanza di 40^{m} dal piede dell'argine verso la campagna, e 9^{m} verso la golena; e sono vietate le piantagioni sugli argini fino alla distanza di 4^{m}, nonchè sulle rive dei canali di scolo (3).

Lungo i fiumi navigabili i terreni soggiacciono alla servitù della strada alzaia; e se al miglior servigio di questo passaggio si debbano costruire opere d'arte, si pratica l'esproprio per pubblica utilità. Ogni privato deve cedere, contro congruo compenso, il terreno necessario a inalveare, rettificare, divertire, od arginare i fiumi, canali, scoli pubblici e altri simili lavori d'acque a pubblico servigio; nei quali casi il giudizio della espropriazione appartiene all'autorità amministrativa e quello del relativo compenso ai tribunali.

La navigazione è il supremo oggetto al quale si subordina ogni altro uso dei fiumi e canali navigabili.

Ordine e riparto delle spese. — Lo stato provvede alle spese che hanno per unico oggetto la navigazione, ed a quelle ezian-

(1) Legge italica 20 aprile 1804, attualmente in vigore, tit. III, § 52.
(2) Id. § 54.
(3) Reg. ital. 20 maggio 1806, tit. II, § 12. — Id. 20 aprile 1804, tit. III, § 55.

dio delle opere lungo i fiumi che scorrono stabilmente fra argini. Gli interessati del circondario contribuiscono allora la quota che in addietro sostenevano per le spese di manutenzione. L'ordinaria difesa contro le acque non arginate incumbe agli interessati; e lo stato gli sussidia solo nel caso d'opere straordinarie che interessino il commercio o i confini, o preservino da corrosione l'abitato.

Gli interessati agli argini e scoli formano nei loro circondarii diverse classi, secondo il grado di benefizio che ne risentono; e la quota d'ogni classe si suddivide in ragione di estimo. In alcuni casi si contribuisce all'opera anche senza averne diretto benefizio, come quando in un canale di scolo si immettono acque condotte da terreni elevati o divertite dal primitivo corso, poichè allora il contributo si commisura al danno che si apporta.

Nei consorzii d'acque irrigatorie le spese si condividono in proporzione alla quantità dell'acqua o all'orario di godimento; e una parte si addossa anche agli opificii che ne ricavano forza motrice.

Gli interessati si radunano presso l'autorità provinciale ad eleggere fra loro i delegati all'amministrazione, ed alla riparazione e vigilanza dei manufatti sociali; ad ogni biennio si dà il cambio ad uno dei delegati; e ogni anno si rinnova il presidente. L'amministrazione ha un ingegnere, un cassiere e un ragioniere; e sul preventivo delle spese, regolarmente approvato dall'autorità provinciale, stabilisce il contributo, e lo riscuote con privilegio fiscale. In caso d'opere importanti si aggiunge agli amministratori una delegazione straordinaria formata da un egual numero d'interessati. Approvata l'opera dall'autorità, l'amministrazione ordinaria ne assume l'esecuzione, per lo più dandola in appalto (1).

Direzione e vigilanza. — Ogni anno, approvato il preventivo di spesa per le opere progettate a servigio delle singole provincie, si danno in appalto i lavori, i quali vengono ese-

(1) Legge ital. 20 aprile 1804, tit. I, II. — Decreto ital. 6 maggio 1806, tit. III, IV. — Reg. ital. 20 maggio 1806, tit. I, IV.

guiti sotto la direzione degli ingegneri regii. Questi, anche coll'opera di speciali custodi e sottocustodi, invigilano alla sicurezza degli argini, alla libertà della navigazione, allo scolo delle acque ed alla regolare loro derivazione dai pubblici canali.

Quando un fiume si solleva sopra le golene, i custodi hanno il dovere della continua vigilanza, anche notturna. Se le acque giungono al segnale di *prima guardia*, ossia $1^m,50$ sotto il livello di massima piena, si pongono le guardie lungo i luoghi di maggior pericolo, come sono i *froldi*. Se poi si elevano fino alla *seconda guardia*, cioè 1^m sotto la massima piena, lungo tutta l'arginatura, ad ogni intervallo di circa 150^m, e in piazzette apposite, contrassegnate con numero progressivo scolpito in pietra, si dispongono i *casotti* formati di stuoie, pel ricovero di due uomini di guardia, muniti degli attrezzi da lavoro. I *casotti* e le guardie vengono forniti dai vicini possidenti, dietro ordine dell'ingegnere, contro un compenso fisso e giusta il numero regolarmente prestabilito. — I custodi e sottocustodi, scortati dalle guardie comunali o militari, scorrono giorno e notte gli argini per assicurarsi se gli uomini di guardia prestano la necessaria vigilanza, massime al piè dell'argine verso la campagna; e per mezzo delle guardie stesse danno da stazione a stazione pronti avvisi all'ingegnere. Se si manifesta bisogno d'un provvedimento a cui non bastino le guardie più prossime, il custode o l'ingegnere si rivolgono all'autorità comunale per ottenere uomini, attrezzi e materiali, giusta il dovere dei proprietarii. In tempo di piena, e quando la sicurezza dell'argine maestro lo richieda, si fanno tagliare gli argini di golena. In siffatti frangenti s'interdice nottetempo la navigazione e il tragitto del fiume; e di giorno si tollera, ma colle cautele prescritte dall'ingegnere della linea.

TAVOLA

DELLE MATERIE

Num. Pag.

PREFAZIONE 3

INTRODUZIONE

1—2 *Definizione dei fluidi.* 7
3 *Cosa sia pressione, e sue distinzioni* 8
4 *Principio dell'egual trasmissione delle pressioni* 9
5—10 *Pressione sopportata dai corpi immersi nei liquidi* 10
11—14 *Centro di pressione, e sua posizione in alcune figure semplici* 13
16 *Peso dell'acqua* 16
17 *Misura della gravità* 17
18 *Conversione di una velocità in altezza, e viceversa* 18
19 *Cosa sia idrometria.* — *Valori numerici* ivi

LIBRO PRIMO

FORONOMIA

Nozioni generali

20—22 *Scopo della foronomia* 19
23—24 *Cosa sia la* portata. — *Divisione del libro* . . . ivi

SEZIONE PRIMA

Vaso mantenuto costantemente pieno

Num. Pag.

Nozioni

25—27 *Come possa ottenersi l'invariabilità del livello. — Definizioni* 21

CAPITOLO I. Della velocità con cui sortono i liquidi dai piccolissimi fori scolpiti in lastra sottile

28—29 *Cosa s'intenda per* carico *d'acqua. — Teorema di Toricelli* 22
30—34 *Verificazione del teorema di Toricelli* 23
35 *Carico quando alla superficie del liquido si eserciti una data pressione* 25

CAPITOLO II. Del gorgo e della vena contratta

36—39 *Esposizione del fenomeno* ivi
40 *Quando la contrazione sia completa, quando incompleta* 26
41—44 *Forma e dimensioni della vena contratta* . . . 27
45 *Della contrazione quando il foro è aperto in parete curva* 30
46—47 *Contrazione incompleta* ivi

CAPITOLO III. Della portata e del carico medio

48—50 *Portata dei fori scolpiti in parete orizzontale* . 31
51—53 *Portata degli orificii rettangolari aperti in parete verticale* 32
54—57 *Determinazione del carico medio* 34

Num. Pag.

58—60 *Portata reale. — Portata quando l'acqua si presenti al foro con velocità preconcepita. — Riassunto* 35

CAPITOLO IV. Determinazione del coefficiente di riduzione

61—63 *Metodo con cui si procede alla determinazione del coefficiente di riduzione, e quadro di alcune esperienze* 36
64—70 *Esposizione delle esperienze di Poncelet e Lesbros* 38
71 *Tavole dei coefficienti di riduzione* 43
72—76 *Coefficienti di riduzione pel caso di fori aperti nelle porte dei sostegni, e osservazioni relative* 47
77—79 *Esperienze e regole di Bidone pel caso in cui la contrazione sia soppressa in parte* 49
80 *Coefficiente pel caso di foro avente tre lati in continuazione delle sponde e del fondo del recipiente, ed il quarto essendo formato dallo spigolo di una panconata inclinata all'orizzonte* 51
81 *Riassunto delle regole pel calcolo delle portate degli orificii* ivi
82 *Appendice. — Formola di Lesbros pel calcolo della portata degli orificii aperti in parete verticale* 52

CAPITOLO V. Dell'efflusso dai fori muniti di tubo addizionale

83—85 *Nozioni* 53

ARTICOLO I. Tubi addizionali cilindrici

86—88 *Effetti dei tubi addizionali cilindrici* 54

Num. Pag.

89—90 *Coefficiente di riduzione della portata e della velocità* 55

ARTICOLO II. Tubi addizionali conici convergenti

91—92 *Nozioni* 57
93—97 *Esperienze di Castel, e loro conseguenze* . . 58
98—99 *Stima della portata* 63

ARTICOLO III. Tubi addizionali conici divergenti

100—102 *Effetti dei tubi addizionali conici divergenti. Nozioni* 64
103 *Esperienze del Venturi, e loro risultamenti* . 65

CAPITOLO VI. Degli stramazzi o scaricatori a fior d'acqua

ARTICOLO I. Esposizione del fenomeno. Misura della depressione

104—108 *Profili longitudinale e trasversale della superficie libera* 66
109—111 *Definizioni* 67
112 *Stima della depressione quando la larghezza dello scaricatore superi la metà di quella del canale* 68
113—116 *Formola pel calcolo della depressione quando la larghezza dello scaricatore sia inferiore ad un quarto di quella del canale* 70
117 *Lunghezza dell'inflessione* 73
118 *Misura del carico* 74

ARTICOLO II. Calcolo della portata

119—121 *Discussione delle formole pel calcolo della portata degli scaricatori* 75
122—128 *Valore del coefficiente di riduzione* 78

Num. Pag.

129 *Regole pel calcolo della portata* 84
130—132 *Calcolo della portata quando l'acqua si presenti allo scaricatore con velocità preconcepita* 85

CAPITOLO VII. Efflusso impedito

133—134 *Nozioni* 87

ARTICOLO I. Bocca rigurgitata

135—137 *Bocca rigurgitata per intero* 88
138—139 *Bocca rigurgitata in parte* 89

ARTICOLO II. Efflusso impedito dalla presenza di una doccia o canale

140—144 *Effetto prodotto sulla portata degli orificii da un canale di scarico* 90
145—146 *Effetto prodotto sulla portata degli scaricatori. — Osservazioni* 93

SEZIONE SECONDA

Dell'efflusso a carico variabile

147—149 *Considerazioni preliminari* 95
150—151 *Regola del Castelli* 97

CAPITOLO I. Carico variabile sul centro; bocca libera, o rigurgitata a controbattente costante

152—156 *Distinzioni.—Tempo impiegato per abbassarsi il livello di una quantità data in un vaso prismatico e verticale che per l'efflusso si vuoti* 98

Num. Pag.

157. *Espressioni dell'abbassamento e della portata per un tempo determinato* 101
158—159 *Ricerca del tempo impiegato per un dato abbassamento qualunque sia la forma del vaso* 102
160 *Id. avvenendo l'efflusso per mezzo d'uno scaricatore* 103
161 *Formole d'approssimazione.* ivi
162—165 *Ricerca del tempo corrispondente ad un dato abbassamento quando il vaso riceva o perda altra acqua oltre quella che fluisce dal foro* 105
166 *Id. quando l'acqua fluisca da più fori collocati a differenti profondità sotto il livello del liquido* 109

Capitolo II. Il livello è costante nel recipiente da cui il liquido fluisce, ma la bocca è rigurgitata a controbattente variabile

167—169 *Tempo impiegato dall'acqua ad elevarsi di una quantità data* 110
170 *Id. nel caso in cui l'efflusso cominci prima liberamente* 111

Capitolo III. Il livello varia contemporaneamente in amendue i recipienti

172—173 *Formole generali* 112
174 *Applicazione al caso dei vasi prismatici.* . 114

LIBRO SECONDO

DEL MOVIMENTO DELL'ACQUA PEI LUNGHI TUBI DI CONDOTTA

Capitolo I. Nozioni

Num. Pag.

176—184 *Definizioni* 115
185—186 *Della velocità dell'acqua nell'interno de' tubi, e delle resistenze che questi oppongono al suo movimento* 116

Capitolo II. Resistenza dovuta all'attrito

187—189 *Formola pel calcolo della perdita occasionata da tale resistenza* 117
190—193 *Coefficienti numerici* 119
194 *Riassunto* 121

Capitolo III. Resistenza dovuta ai gomiti

195—196 *Formola pel calcolo di questa perdita* . . . 122
197 *Calcolo delle quantità che entrano nella medesima* 123
198 *Coefficiente numerico* 124
199—200 *Osservazioni* 125

Capitolo IV. Resistenza dovuta alle strozzature ed alle varici

201—203 *Come si effettui una tal perdita, e come si misuri* 126
204—206 *Esperienze del Venturi. — Osservazioni* . . . 128

Capitolo V. Resistenze dovute al mutamento di direzione, ed all'erogazione

207—209 *Perdita prodotta dal mutamento di direzione, e sua misura* 129
210—211 *Perdita dovuta all'erogazione.—Osservazioni* 130

CAPITOLO VI. Equazioni del movimento dell'acqua in un condotto semplice, e questioni relative

Num.		Pag.
212	*Denominazioni*	131
213—215	*Stabilimento dell'equazione fondamentale*	132
216—217	*Determinazione della portata. — Esempio*	133
218—220	*Determinazione del diametro da darsi al tubo perchè porti una dàta quantità d'acqua. — Esempio*	135

CAPITOLO VII. Equazioni del movimento dell'acqua in un condotto composto, e questioni relative

221—225	*Ricerca dell'equazione fondamentale*	138
226—228	*Considerazioni. — Determinazione del diametro e dell'altezza del punto di versamento perchè la perdita in carico sia una quantità data*	142
229	*Esempio*	144

CAPITOLO VIII. Della pressione dell'acqua sulle pareti dei condotti, e dei piezometri

230—231	*Teorema di Bernoully e sue verificazioni*	147
232—236	*Determinazione della pressione in un punto assegnato di un condotto. — Piezometri*	149

CAPITOLO IX. Della grossezza che si deve dare ai tubi di condotta

237—240	*Determinazione della grossezza*	153
241—242	*Dati numerici. — Osservazioni*	156

CAPITOLO X. Dei getti d'acqua, e delle fontane

Num. Pag.

243—244 *Altezza e forma teorica dei getti verticali* . 157
245—247 *Altezza reale* 158
248—252 *Problema generale sui getti d'acqua.—Esempio* 160

CAPITOLO XI. Dei tubi a sifone

253—258 *Denominazioni.—Portata.—Osservazioni* . 162

LIBRO TERZO

DEL MOVIMENTO DELL'ACQUA PER GLI ALVEI NATURALI E ARTEFATTI; E FISICA DEI FIUMI

CAPITOLO I. Nozioni preliminari

259—264 *Denominazioni* 167
265 *Formole per la sezione e pel perimetro bagnato* 169
266 *Forza acceleratrice* ivi
267—268 *Resistenze, loro natura, e come si misurino.* 171
269—270 *Filone.—Velocità media.* 174
271—272 *Forza sollecitante.—Distinzioni.* ivi

CAPITOLO II. Formole pel movimento dell'acqua negli alvei, e loro applicazioni

ARTICOLO I. Moto uniforme

273—275 *Equazione fondamentale.—Coefficienti numerici* 175

Num. Pag.

276—277 *Espressione della velocità e della portata. — Dati numerici* 177
278 *Distinzioni* 178
279—286 *Problemi idrometrici, ed esempii numerici relativi* ivi
287 *Presa d'acqua pei canali. — Distinzioni* . . 185
288—292 *Principii di Dubuat. — Formole* ivi
293—294 *Problemi ed esempii numerici.* 187
295—297 *Presa d'acqua quando essa venga somministrata al canale da un orificio* 190

ARTICOLO II. Moto permanente

298—302 *Equazione fondamentale.—Calcolo della portata. — Esempii* 191
304—305 *Osservazioni* 196

CAPITOLO III. Stima delle velocità e delle portate

306 *Nozioni* 198

ARTICOLO I. Stima delle velocità e delle portate mediante i tachimetri

307—308 *Nozioni sulla misura dell'urto. — Distinzioni* 199

(A) *Galleggianti*

309 *Nozioni* 200
310—314 *Galleggiante semplice* ivi
315—318 *Galleggiante composto.* 202
319—325 *Asta ritrometrica* 204

(B) *Tachimetri fissi*

326 *Definizione* 210
327—331 *Pendolo semplice.* ivi

Num. Pag.

332—336 *Tubo di Pitot* 212
337—338 *Tachimetro di Brünnings* 214
339—344 *Reometro o mulinello di Woltmann* . . . 215

ARTICOLO II. Stima delle portate mediante i regolatori

345—349 *Esposizione dei varii metodi da usarsi per ottener le portate dei piccoli corsi d'acqua, ed avvertenze che si devono avere* . . . 219

CAPITOLO IV. Della scala delle velocità

350 *Cosa si debba intendere per scala delle velocità* 222
351—352 *Esposizione delle varie esperienze, e dei varii modi con cui si tentò di rappresentarne i risultamenti* ivi
353 *Formole di Prony* 224
354 *Nuova formola per ottenere la velocità media, data quella del filone; e confronto colle esperienze* ivi

CAPITOLO V. Dei rigurgiti

355—360 *Nozioni* 226

ARTICOLO I. Altezza del rigurgito

361—366 *Altezza del rigurgito prodotto da un restringimento della sezione* 228
367 *Id. prodotto da una diga munita di luci di scarico* 232
368 *Id. quando l'acqua si versa dalla diga a mo' di scaricatore* 233

ARTICOLO II. Profilo del rigurgito

369 *Considerazioni preliminari* 234

Num. Pag.

370 *Tentativi fatti allo scopo di determinare il profilo del rigurgito* 234
371 *Profilo osservato sul Werra* 235
372 *Osservazioni* 236

ARTICOLO III. Ampiezza del rigurgito

373 *Regola pratica.* ivi
374—375 *Osservazioni* 237

CAPITOLO VI. Fisica dei fiumi

ARTICOLO I.

376—378 *Origine dei fiumi* 239

ARTICOLO II.

379—387 *Formazione e stabilimento del letto* . . . 240

ARTICOLO III.

388—390 *Delle materie portate insieme coi fiumi, e delle differenze fra i fiumi ghiaiosi e gli arenosi* 245

ARTICOLO IV.

391—396 *Delle piene dei fiumi, delle loro cause e fenomeni* 247

LIBRO QUARTO

DISPENSA DELLE ACQUE

Capitolo I. Esposizione del problema; principii fondamentali per una buona risoluzione del medesimo; teoria e pratica dei regolatori

Num.		Pag.
397—399	*Natura del problema che si deve risolvere*	251
400—405	*Condizioni che devonsi soddisfare*	252
406—414	*Teoria dei regolatori*	254

Capitolo II. Metodi adottati per la dispensa delle acque; loro vantaggi e discapiti

415—420	*Vantaggi e discapiti dei varii metodi*	258
421—422	*Regolatore del Tadini*	260

Capitolo III. Pratiche usate in Italia

424	*Divisione del capitolo*	262

Articolo I. Bocche semplici senza regolatore

425—426	*Pratiche in uso nelle provincie di Verona e di Mantova*	ivi
427—429	*Pratiche in uso nel Piemonte*	264
430	*Pratica della provincia di Brescia*	265
431	*Id. di Bergamo*	ivi
432	*Id. delle provincie venete*	ivi
433	*Pratiche in uso nel mezzogiorno dell'Italia*	266

Articolo II. Bocche munite di regolatore

434—435	*Pratica milanese*	267
436—437	*Id. cremonese*	269

Num. Pag.

438—439 *Pratica piemontese* 270
440 *Pratiche nelle provincie di Lodi e di Crema* 272

Capitolo IV. Stima approssimata della portata dei varii moduli ora descritti; problemi sulla permutazione degli orarii; valore approssimato dell'acqua d'irrigazione

441 *Considerazioni preliminari* 273
442 *Oncia magistrale milanese* ivi
443 *Oncia lodigiana, cremonese e cremasca* . . 274
444 *Moduli piemontesi* 275
445 *Quadretto veronese e mantovano* ivi
446 *Tavola riassuntiva* 276
447—448 *Nozioni sull' ulteriore suddivisione dell' acqua, e problemi relativi alla permutazione degli orarii* ivi
449—451 *Nozioni relative all'uso dell'acqua d'irrigazione* 278
452 *Nozioni relative al prezzo dell'acqua d'irrigazione* 280

Capitolo V. Dei partitori

453—456 *Considerazioni generali* 281
457 *Descrizione di un partitore* 282
458 *Partitore del Tadini* 283

Capitolo VI. Dei fontanili

459—460 *Denominazioni, e descrizione dei fontanili* . 284
461—465 *Stima della portata dei fontanili, e delle sorgenti* 285

APPENDICE PRIMA

Pag.

Cenni intorno all'idrografia del Regno lombardo veneto. 289

APPENDICE SECONDA

Discipline principali intorno alle acque 297

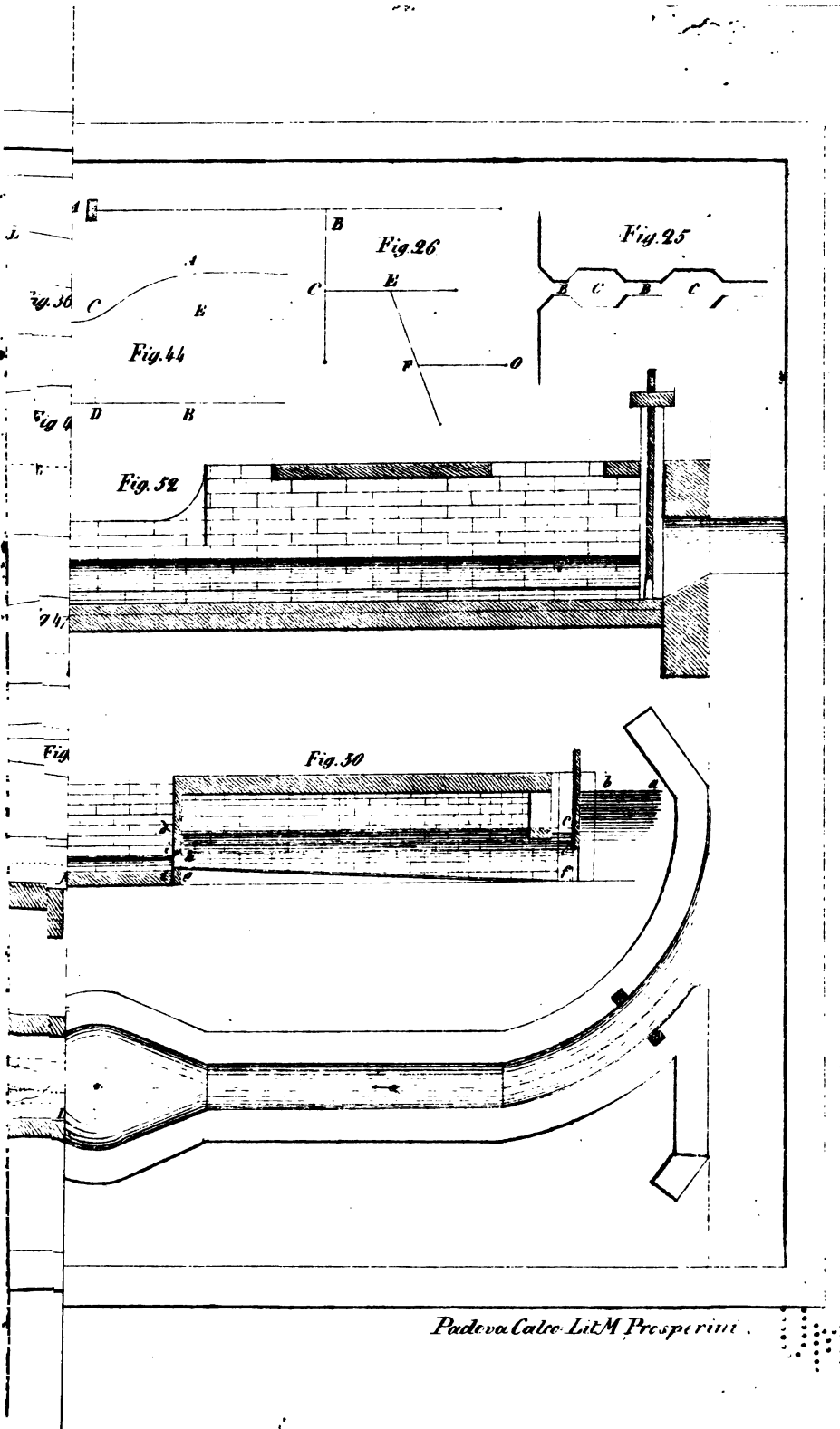


Fig. 26
Fig. 25
Fig. 44
Fig. 52
Fig. 50
Padova Calro Lit. M. Prosperini

B 427696